

әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті
ҚР ҒЖБМ ҒК Ақпараттық және есептеуіш технологиялар университеті

ӘОЖ 004.451.25:539.1

Қол жазба құқығында

БЕГАЛИЕВА КАЛАМКАС БАЛТАБЕКОВНА

**Сырықты пайдалану кезінде оның жылу физикалық күйін басқарудың
автоматтандырылған жүйесін құру**

6D070200 – Автоматтандыру және басқару

Философия докторы (PhD)

Дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация

Ғылыми кеңесшілер:
Калимолдаев М.Н.
ҚР ҰҒА академигі
ф.-м.ғ.д, профессор
Andrzej Jersy SMOLARZ
т.ғ.д, профессор

Қазақстан Республикасы
Алматы, 2023

МАЗМҰНЫ

НОРМАТИВТІК СІЛТЕМЕЛЕР	4
АНЫҚТАМАЛАР	5
БЕЛГІЛЕУЛЕР МЕН ҚЫСҚАРТУЛАР	7
КІРІСПЕ	9
1 ФИЗИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІ ЗЕРТТЕУ БОЙЫНША ӘДЕБИЕТТЕРГЕ ШОЛУ ЖӘНЕ ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК МӘСЕЛЕСІНІҢ ҚОЙЫЛУЫ	15
1.1 Автоматтандырылған жобалау жүйелеріне шолу	15
1.2 Өртекті жылу көздері болған кезде тұрақты қималы сырықтағы жылу-физикалық процестерді сандық модельдеу	19
1.3 Есептің қойылымы	24
1.4 Бірінші бөлім бойынша тұжырым	29
2 АЙЫРЫМДЫҚ ӘДІСІМЕН ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІН ШЕШУ	30
2.1 Жылу өткізгіштік теңдеуін шешудің айырымдық әдістеріне шолу	30
2.2 Айырымдық әдісімен шешу	31
2.3 Есептің сандық шешімі	32
2.4 Екінші бөлім бойынша тұжырым	45
3 РУНГЕ-КУТТА ӘДІСІМЕН ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІН ШЕШУ	46
3.1 Қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келтіру арқылы жылу өткізгіштік теңдеуін шешу әдістеріне шолу	46
3.2 Рунге-Кутта әдісімен шешу	47
3.3 Есептің сандық шешімі	48
3.4 Үшінші бөлім бойынша тұжырым	52
4 ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІН ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ӘДІСІМЕН ШЕШУ	53
4.1 Интегралдық теңдеулер бойынша шолу	53
4.2 Интегралдық теңдеулер әдісімен шешу	55
4.3 Есептің сандық шешімі	57
4.4 Төртінші бөлім бойынша тұжырым	58
5 ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК КЕРІ ЕСЕБІН ШЕШУ	59
5.1 Дербес дифференциалдық теңдеулермен сипатталған жүйелерді басқару мәселесіне шолу	59
5.2 Сырық температурасын басқару мәселесін шешу	60
5.3 Нақты бастапқы деректері бар есептердің сандық шешімі	63
5.4 Жылуөткізгіштік есебін шешудің автоматтандырылған жүйесі	67
5.5 Бесінші бөлім бойынша тұжырым	67
ҚОРЫТЫНДЫ	69
ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ	70
ҚОСЫМША – А (Ғылыми тағылымдама сертификаты)	76

ҚОСЫМША Ә – (Авторлық құқық объектісіне құқықтарды мемлекеттік тіркеу туралы куәліктер)	76
ҚОСЫМША Б – (Енгізу актілері)	80
ҚОСЫМША В – (Delphi-дегі айырмашылық әдісімен жылу өткізгіштік теңдеуін шешу бағдарламасының мәтінінің үзіндісі)	82
ҚОСЫМША Г – (MatLab жүйесінде жылу өткізгіштік теңдеуін айырымдық әдіспен шешу нәтижелерін графикалық бейнелеуге арналған бағдарлама мәтіні)	90
ҚОСЫМША Ғ – (Python тіліндегі Рунге-Кутта әдісімен жылу өткізгіш теңдеуін шешуге арналған бағдарлама мәтінінің фрагменті)	94

НОРМАТИВТІ СІЛТЕМЕЛЕР

Бұл диссертацияда келесі стандарттарға сәйкес сілтемелер қолданылды:

ҚР МЖМБС 5.04.034 – 2011 «Қазақстан Республикасының Мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарты. Жоғары оқу орнынан кейінгі білім. Докторантура». Негізгі ережелер ҚР білім және ғылым министрімен бекітілген. «17» маусым 2014 ж. №261. Астана, 2011ж.

«Диссертацияларды және авторефераттарды рәсімдеу бойынша нұсқаулық», ҚР БҒМ, Жоғары аттестаттау комитеті, Алматы, 2004 ж.

МЕСТ 3.1901-74 ТҚБЖ. Технологиялық құжаттардың нысандарына енгізілетін жалпы мақсаттағы нормативтік-техникалық ақпарат

МЕСТ 3.1102-81 ТҚБЖ. Құжаттарды әзірлеу кезеңдері мен түрлері

МЕСТ 7.32-2001.– Ғылыми-зерттеу жұмысы туралы есеп. Рәсімдеу құрылымы мен ережелері.

МЕСТ 7.1-2003. – Библиографиялық жазба. Библиографиялық сипаттама. Құрастыруға қойылатын жалпы талаптар мен ережелер.

МЕСТ 15.309-98 Өнімді әзірлеу және өндіріске қою жүйесі. Шығарылатын өнімді сынау және қабылдау. Негізгі ережелер

МЕСТ 23501.101-87 - Автоматтандырылған жобалау жүйесі. Негізгі ережелер.

Өндірісті технологиялық дайындаудың бірыңғай жүйесі

Р 50-54-13-87 Ұсыныстар. ӨТДБЖ. Өндірісті қамтамасыз ету міндеттерін автоматтандырылған шешуді ұйымдастыру

Р 50-54-6-87 Ұсыныстар. ӨТДБЖ. Технологиялық даярлық жүйесін жетілдіру кезінде құжаттаманы әзірлеу тәртібі

Р 50-54-86-88 Өндірісті технологиялық дайындаудың автоматтандырылған жүйесі. Әзірлеу құрамы мен тәртібі

Р 50-54-87-88 Ұсыныстар. Автоматтандырылған технологиялық жобалауды ұйымдастыру

Р 50-54-38-88 АЖЖ. Машина жасауда қолданылатын АЖЖ жалпы жүйелік ядросы

Р 50-54-93-88 Ұсыныстар. Технологиялық процестерді жіктеу, әзірлеу және қолдану

Р 50-54-94-88 Ұсыныстар. Өндірісті технологиялық дайындау процесін ұйымдастыру және басқару қағидалары

ҚР СТ 34.015-2002 - «Ақпараттық технология. Автоматтандырылған жүйелерге арналған стандарттар жинағы. Автоматтандырылған жүйені құру бойынша техникалық тапсырма».

АНЫҚТАМАЛАР

Жобалауды автоматтандыру дегеніміз – жобаны жасау үдерісін жүзеге асыру әдісі болып табылады, мұндай жобалау процедураларын өнімді дайындаушы ЭЕМ-мен тығыз байланыста жүзеге асырады. ЖА жобалаушы мен компьютер арасында функцияларды ұтымды бөлу және есептерді машиналық шешу әдістерін негізделген таңдау кезінде есептеу құралдарын жүйелі пайдалануды қамтиды. Адам мен компьютер арасындағы функцияларды ұтымды бөлу адам негізінен шығармашылық сипаттағы мәселелерді шешуі керек дегенді білдіреді, ал компьютер – дәстүрлі қолмен салыстырғанда тиімділікке қол жеткізуге мүмкіндік беретін алгоритм түрінде формальды сипаттауға мүмкіндік беретін есептер.

Бағдарламалық жасақтаманы тексеру деп нақты қолданбалы есептерді шешуге арналған бағдарламалық жасақтаманың жарамдылығын растау процесі болып табылады.

Күй айнымалылар векторы – белгілі бір уақытта олардың мәндері жүйенің алдағы әрекетін толықтай анықтайтын фазалық айнымалылардың артық емес жиыны.

Верификация – көрсетілген талаптардың орындалуының объективті куәліктерін ұсыну негізінде растау болып табылады.

Бағдарламалық жасақтаманы верификациялау – бағдарламалық камтамасыз етудің бекітілген талаптарға (оның ішінде салалық стандарттарға, ерекшелікке, тиісті техникалық тапсырмаға) сәйкестігін растау процесі.

Жүйенің динамикасы – жұмыс істеу процесінде жүйе күйінің өзгеруі.

Иерархия – бұл күрделі жүйенің қасиеті, оның иерархиялық сипаттамасының мүмкіндігі мен орындылығын білдіреді, яғни компоненттері арасында бүтін-бөлік қатынастары бар бірнеше деңгейлер түрінде ұсыну.

Модель - (кейбір бастапқы жүйе) белгілі бір заңдылықтар бойынша бастапқы жүйенің белгілі бір жақтары көрсетілетін жүйе.

Сыртқы жүйе – қарастырылып отырған жүйе ішкі жүйе болып табылатын жүйе.

Параметр – жүйенің немесе оның бір бөлігінің қасиетін білдіретін немесе қоршаған орта жүйесіне әсер ететін шама. Әдетте жүйе модельдерінде жүйені зерттеу процесінде өзгермейтін шамалар параметрлер ретінде қарастырылады. Параметрлер сәйкесінше жүйе элементтерінің, жүйенің өзі, сыртқы ортаның қасиеттерін білдіретін сыртқы, ішкі және шығыс болып бөлінеді.

Ішкі жүйе – жүйенің қасиеттеріне ие жүйенің бөлігі (элементтер жиынтығы және олардың өзара байланысы).

Жобалау – бұл белгілі бір жағдайларда әлі жоқ нысанды құру үшін қажетті сипаттаманы құру процесі

Жобалау – бұл объектінің бастапқы сипаттамасы және (немесе) оның жұмыс істеу алгоритмі негізінде әлі жоқ объектіні белгілі бір жағдайларда құру үшін қажетті сипаттаманы құру процесі. Жобалау іздестіру, зерттеу, есептеу және жобалау бойынша жұмыстар кешенін қамтиды. Жобалау-бұл терең ғылыми білім мен шығармашылық ізденіске, белгілі бір салада

жинақталған тәжірибе мен дағдыларды қолдануға негізделген, бірақ көп уақытты қажет ететін күнделікті жұмыстарды орындау қажеттілігінен айырылмаған адамның шығармашылық іс-әрекетінің күрделі нақты түрі.

Күй кеңістігі – күй айнымалыларының векторының мүмкін мәндерінің жиынтығы.

Жүйе – өзара байланысты (өзара әрекеттесетін) компоненттерден, (элементтерден, бөліктерден) тұратын және осы компоненттердің қасиеттеріне дейін азайтылмайтын және олардан шығарылмайтын қасиеттерге ие тұтас құрылым.

Автоматтандырылған жобалау жүйесі (АЖЖ) – техникалық құралдарды, математикалық және бағдарламалық жасақтамаларды біріктіретін жүйе, оның параметрлері мен сипаттамалары инженерлік жобалау мен жобалау міндеттерінің ерекшеліктерін барынша ескере отырып таңдалады. АЖЖ-де инженердің компьютермен жедел байланыс құралдарын, арнайы проблемалық-бағдарланған тілдерді қолдану және ақпараттық-анықтамалық базаның болуы есебінен бағдарламаларды пайдалану ыңғайлылығы қамтамасыз етіледі.

Күрделі жүйе деп элементтердің көптігімен және ең бастысы элементтердің өзара байланысының көптігімен сипатталатын жүйе айтады. Сонымен қатар жүйенің күрделілігі элементтердің өзара байланыс түрімен, көп қырлы қасиеттерімен, иерархиясымен және мақсаттылығымен айқындалады.

Күй – жұмыс үдерісінің бір уақыт нүктесінде белгіленген фазалық айнымалы мәндер жиыны.

Мақсаттылық ол жүйенің мақсатын білдіретін жасанды жүйенің қасиеті.

Фазалық айнымалы – ішкі жүйенің энергетикалық немесе элементтің және ақпараттық толтырылуын сипаттайтын шама.

Фазалық траектория – процестің көрінісі (күй айнымалыларының векторының тәуелділігі) күй кеңістігіндегі нүктелер тізбегі түрінде.

Элемент – ол жүйенің бөлігі және оны жобалау кезінде бөлуге болмайтын туралы ұғым.

БЕЛГІЛЕУЛЕР МЕН ҚЫСҚАРТУЛАР

ЖА	жобалауды автоматтандыру
АБЖ	автоматтандырылған басқару жүйесі
ЕТ	есептеу техникасы
ОЖ	операциялық жүйе
БАК	бағдарламалық-аппараттық кешен
ҚБП	қолданбалы бағдарламалар пакеті
АЖЖ	автоматтандырылған жобалау жүйесі
СТЖ	сызықты теңдеулер жүйесі
САТЖ	сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесі
ТҚ	техникалық құралдар
ЭЕМ	электрондық есептеуіш машина
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CAM	Computer Aided Manufacturing
CAQ	Computer Aided Quality Assurance
CAP	Computer Aided Planning
CIM	Computer Integrated Manufacturing
$q \left[\frac{Вт}{см^2 \cdot ^\circ C} \right]$	жылу ағыны
$T [^\circ C]$	температура
$S_{\text{ба}} [см^2]$	сырықтың көлденең қимасының ауданы
$T_{\text{қо}} [^\circ C]$	қоршаған орта температурасы
$h \left[\frac{Вт}{см^2 \cdot ^\circ C} \right]$	жылу алмасу коэффициенті
$a^2 \left[\frac{Вт}{см \cdot ^\circ C} \right]$	материалдың жылу өткізгіш коэффициенті
$E \left[\frac{кг}{см^2} \right]$	сырық материалының серпімділік модулі
$\alpha \left[\frac{1}{см^2} \right]$	Сырық материалының жылу кеңеюінің коэффициенті

l_2 [см]	сырықтың ұзындығы
l_1 [см]	көлденең қиманың биіктігі мен ұзындығы
T_i, T_j, T_k	температураның түйін нүктелері

КІРІСПЕ

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Технологиялық жабдықтың тірек конструкцияларының, жерасты қалалық коммуникациялардың қаптамалары мен көлік тоннельдерінің, көпфункционалды көп қабатты ғимараттардың және жоғарыда аталғанға ұқсас басқа да инженерлік конструкциялардың авариялық бұзылу жағдайларының жиілеп кетуі әсерінен авариялық режимдерінде (мысалы, өрт кезінде) олардың бұзылуының сенімді болжамын өзекті қылады. Бұл болжам төтенше әсер ету режимдерінде тірек конструкцияларының сенімділігін арттыру арқылы техногендік апаттардан болатын залалды азайту бойынша қосымша шаралар әзірлеу үшін қажет. Жоғарыда аталған объектілердің жойылу статистикасы іс жүзінде жоқ және көптеген ерекше конструкцияларда толық масштабты эксперименттер жүргізу мүмкін емес. Осыған сәйкес, оларға күш пен жоғары қарқынды жылу жүктемелерінің комбинациясы әсер еткен кезде тірек құрылымдарының жылуфизикалық мінез-құлқын математикалық модельдеудің маңызы артады.

Машина жасау, авиация, металлургия, құрылыс, жылу және атом электр станциялары мен мұнай жылыту станциялары, мұнай өңдеу зауыттарындағы тірек элементтері негізгі элементтер болып табылады. Температураның түрлеріне байланысты беріктік мәселелері үлкен өзгеріске әкелуі мүмкін басқа салаларда. Жоғарыда аталған жабдықтардың сенімді жұмыс істеуі үшін сырықты жүк көтергіш элементтердің термиялық беріктігін қамтамасыз ету қажет. Мұндай сырықтардың жылуфизикалық жағдайын зерттеу үшін арнайы модельдер, қолданбалы бағдарламалар пакеттерін жасау қажет. Бұл жұмыс көлденең қимасы тұрақты және ұзындығы шектеулі сыртықтың жылуфизикалық жағдайын зерттеуді автоматтандыруға арналған. Зерттеуді автоматтандыру процесі жылу көздерінің әсерін ескеретін энергияны сақтау заңдарына негізделген.

Температура өрісіне сырықтың геометриялық сипаттамаларының жылу көздері параметрлерінің сапалық және сандық әсерін зерттеу өзекті болып табылады. Себебі атом және жылу электр станцияларының көтеруші элементтерін, реактивті қозғалтқыштар мен ішкі жану қозғалтқыштарын тасымалдайтын өңдеу зауыттарының технологиялық желілерінің сенімді жұмысы, жылу көздеріне ұшыраған кезде осы элементтердің берік күйінің жылуына байланысты болады.

Сондықтан біртекті сырықтың центрі бойымен температураның қарқынды берілуімен жұмыс істейтін ұзындығы шектеулі сыртықтың жылуфизикалық күйінің автоматтандырылған жүйесін жасау конструкциялардың тірек элементтеріндегі күрделі жылуфизикалық процестердің өзекті міндеті болып табылады. Бұл модельдер, екінші жағынан, энергияның сақталу заңдарына негізделуі керек.

Қазіргі уақытта жылу әсерінің деңгейлері үшін тиісті ыстыққа төзімді материалдарды таңдау өзекті мәселе болып табылады. Сондықтан ыстыққа төзімді өнімдердің сапасы мен беріктігін арттыру саласындағы ғылыми

зерттеулер өзекті болып табылады. Қатты денелердегі жылу өткізгіштікті зерттеу көптеген еңбектерде қарастырылады.

[1-3] жұмыстарында ақырғы элементтер әдісі негізінде лазер сәулелеріне ұшыраған кезде сырықтың кернеулі-деформацияланған күйінің температурасының өзгеруі сандық түрде зерттелген. [4] жұмыста дененің біркелкі ішкі температурасы бар болған кезде идеалды серпімді пластикті цилиндрлі сырықта анықтау туралы екі өлшемді есептің нақты шешімі келтірілген. Ұзындығы шектелген сырықтағы кернеудің температураға тәуелділігі [5] жұмыста келтіріледі. Сонымен қатар, бұл жұмыста уақыт факторы да ескеріледі. Бұл жұмыста [6] температура әсерінен болатын құрылымдық элементтерге арналған жылу серпімділігі туралы әртүрлі есептер берілген. Бұл жағдайда әдістің теориялық негіздері байланыссыз жылу серпімділігі Майсель формуласына бағытталған. [7] жұмыста кіші параметр әдісіне сүйене отырып, температура болған кезде серпімді-пластикалық құбырдың кернеулі-деформацияланған күйін анықтау міндеті қарастырылады. Бұл жағдайда Мизес шарттары қолданылады. [8] жұмыста жылу серпімділік теориясының негіздері және нақты қолданбалы есептерді шешуде оларды жүзеге асыру әдістері келтірілген. Бұл күш пен температура факторларын ескереді. [9-12] еңбектерінде механиканың қолданбалы есептерінің класын есептеу алгоритмдері мен сандық шешудің әдістері зерттелген. [13] жұмыста қыздырылған мұнай құбырына суық өнімдері бар құбырдың жылу әсерінің стационарлық жағдайларында зерттеу үшін жүргізілген сандық модельдеу нәтижелері келтірілген. Қытайдың батысында орналасқан құбырлар қарастырылып, тиісті кен орнындағы мұнайдың, сондай-ақ бензиннің нақты физикалық қасиеттері алынды. Әр түрлі жағдайларда алынған көрсетілген жылу әсеріне құбырлар ұзындығының әсері бойынша деректер келтіріледі. [14] еңбекте функционал құрылған, оның анықтау аймағы жылу ағыны мен температураның тәуелсіз симметриялық өрістері болып табылады және оның стационарлық мәні ағынның тепе-теңдігіне, Фурье заңына және симметриялы дененің осінің әртүрлі бөліктерінде берілген шекаралық шарттардың үш түріне сәйкес келеді – берілген температура, жылу ағыны және жылу алмасу жағдайы. Шекаралық есептерді вариациялық тұжырымдау негізінде элементтер арасындағы температура өрісінің үздіксіздігін және есептеу процесінің тұрақтылығын қамтамасыз ететін ақырғы элементтер әдісі жасалды. Қуыс ақырғы цилиндр үшін, қуыс сфера үшін және тор үшін сандық мысалдар ақырлы элементтер әдісінің жинақтылығын, оның дәлдік дәрежесін көрсетеді.

Ұзындықтары шектеулі сырықтар қазіргі заманғы сутекті және реактивті қозғалтқыштарының, газ генераторларының, атомдық және жылуэлектр стансаларының, ғарыш кемелерінің энергетикалық қондырғылары, өңдеу өнеркәсібінің технологиялық желілері ретінде пайдаланылады. Жылу көздерінің әсерінен болатын ұзындығы шектеулі сырықтардың тұрақты жылуфизикалық жағдайын зерттеуге мүмкіндік беретін арнайы әдістер мен

есептеу алгоритмдерін және қолданбалы бағдарламалар кешенін жасау өзекті мәселе болып табылады.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты – қимасы квадрат болатын зерттелетін сырықтың ұзындығы бойынша температураның таралуын анықтау алгоритмдері мен бағдарламаларын жасау.

Міндеттері. Зерттеуге қойылған қойылған мақсатқа жету үшін диссертациялық жұмыста келесі мәселелерді шешу қарастырылады:

- айырымдық схеманы қолдануға негізделген жылу өткізгіштік теңдеуін шешу үшін есептеу алгоритмдері мен бағдарламаларын құру;

- Рунге-Кутта әдісін қолдануға негізделген жылу өткізгіштік теңдеуін шешу үшін есептеу алгоритмдері мен бағдарламаларын құру;

- интегралдық теңдеулерге келтіруге негізделген жылу өткізгіштік теңдеуін шешу үшін есептеу алгоритмдері мен бағдарламаларын құру;

- қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуіне кері (басқару) есебін шешу бағдарламасын құру.

Зерттеу нысаны – жылу көздерінің әсерінен болатын, ұзындығы шектеулі және тұрақты көлденең қималы сырық болып табылады.

Зерттеу пәні. Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштігінің математикалық модельдері.

Алынған ғылыми нәтижелердің жаңалығы: интегралдық теңдеулерге келтіру негізінде жылу өткізгіштік теңдеуін шешуге арналған есептеу алгоритмдері және бағдарламалары жасалынды, оның қасиеттері зерттелді және оның қолданылуына баға беріліп, сырықтың жылуфизикалық күйін басқарудың автоматтандырылған жүйесі құрылды.

Зерттеу әдісі. Дифференциалдық және интегралдық теңдеулер, математикалық физика және есептеу әдістері қолданылды. Бағдарламалық жасақтамада жүйелік және қолданбалы бағдарламалау әдістері қолданылады.

Жұмыстың теориялық және практикалық маңызы. Бұл жұмыстың ғылыми маңыздылығы, ең алдымен әртүрлі математикалық теорияларға негізделген квадрат қималы сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін шешудің алгоритмдері мен бағдарламаларын құруда: айырымдық әдісі, Рунге-Кутта және интегралдық теңдеулерге келтіру әдістері.

Ұсынылған алгоритмдердің қолдану мүмкіндігіне қатысты қасиеттері мен шектеулеріне баға берілді.

Пайдалану кезінде сырықтың жылу физикалық күйін басқарудың автоматтандырылған жүйесі жасалды.

Жылуфизикалық күйді автоматты басқарудың әзірленген технологиясын басқа физикалық құрылымы бар жылу өткізгіштік теңдеуін шешу үшін (тиісті бейімделуден кейін) қолдануға болады.

Практикалық маңыздылығы – нақты уақыт режимінде сырық температурасының таралуын бағалау алгоритмдері мен бағдарламалық құралдарын жасау.

Оң экономикалық нәтиже техникалық өнімдердегі температураның өзгеруін алдын-ала болжауға арналған бағдарламалық құралдарға нарықта сұраныстың артуын ынталандыруға байланысты болады.

Осыған байланысты жылуөткізгіштік теңдеуін шешуге арналған алгоритмдер мен бағдарламаларды әзірлеу бойынша зерттеулер өзекті болып табылады.

Қорғауға шығарылған негізгі тұжырым. Зерттеу нәтижелері бойынша келесі міндеттер шешілді:

- айырымдық схемасын қолдануға негізделген жылу өткізгіштік теңдеуін шешу үшін есептеу алгоритмдері мен бағдарламалары құрылды; оның қасиеттері зерттелді және оның қолданылуына баға берілді;

- Рунге-Кутта әдісін қолдануға негізделген жылу өткізгіштік теңдеуін шешу үшін есептеу алгоритмдері мен бағдарламалары құрылды; оның қасиеттері зерттелді және оның қолданылуына баға берілді;

- интегралдық теңдеулерге келтіру негізінде жылу өткізгіштік теңдеуін шешу үшін есептеу алгоритмдері мен бағдарламалары құрастырылған, оның қасиеттері зерттелді және оның қолданылуына баға берілді;

- қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуіне кері (басқару) есебін шешу бағдарламасын құру.

- қимасы квадрат болатын сырықтың жылуөткізгіштік теңдеуінің тура есептерін шешуге арналған автоматтандырылған жүйе және жылу өткізгіштіктің кері есептерін шешудің кешенді бағдарламалары жасалды.

Жұмыс көлемі мен құрылымы. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, 5 бөлім және қорытындыдан, пайдаланған әдебиеттер тізімі мен 5 қосымшадан тұрады. Диссертацияның толық көлемі 99 беттік компьютермен жазылған мәтінді құрайды, оның ішінде 17 сурет.

Кіріспеде диссертациялық жұмыстың таңдалған тақырыбының өзектілігіне негіздеме келтірілді. Зерттеу жұмысының мақсаты, міндеттері пәні және объектісі тұжырымдалды. Жүргізілген зерттеулердің нәтижелері сипатталып, олардың ғылыми жаңалығы және практикалық маңыздылығы көрсетілді. Диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелерін апробациялау туралы мәліметтер келтірілді.

Бірінші бөлімде Диссертациялық жұмыстың бірінші бөлімі қолданыстағы АБЖ шолу жасауға арналған. Сол бөлімде мәселенің жалпы сипаттамасы және жылу өткізгіштің теңдеуін зерттеуге арналған есептердің қойылымы берілген.

Диссертациялық жұмыстың **екінші бөлімінде** жылу өткізгіш теңдеуін айырымдық әдісімен шешуге арналған алгоритмдер мен бағдарламалардың жасалуы келтірілген.

Үшінші бөлім жылу өткізгіш теңдеуін Рунге-Кутта әдісімен шешуге арналған алгоритмдер мен бағдарламалардың жасалуына арналған.

Төртінші бөлім жылу өткізгіш теңдеуін интегралдық теңдеулер әдісімен шешуге арналған алгоритмдер мен бағдарламалардың жасалуына арналған.

Бесінші бөлім жылу өткізгіштік теңдеуінің кері есебін зерттеуге арналған.

Қорытындыда диссертацияның негізгі нәтижелері мен қорытындылары ұсынылған.

Диссертация нәтижелерінің апробциясы. Диссертациялық жұмыстың тақырыбына байланысты және орындау барысында қол жеткізген нәтижелер мен зерттеулер халықаралық ғылыми конференциялар мен семинарларда, Есептеуіш және ақпараттық технологиялар институтының жыл сайын өтетін ғылыми конференцияларында, әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті «Ақпараттық технологиялар» факультеті, «Жасанды интеллект және Big Data» кафедрасының ғылыми семинарларында баяндалып талқыланды.

Шетелдік тағылымдамадан өткізілді (А қосымшасы). Авторлық құқық нысанында құқықтарды мемлекеттік тіркеу туралы 4 куәлік алынды (Ә қосымшасы). Ғылыми конференцияларда жасалған баяндамаларға сертификаттар берілді.

Зерттеушінің жеке үлесі. Диссертациялық жұмыста ұсынылған барлық зерттеулерді ізденушінің өзі ғылыми қызмет барысында жүргізді. Бірлескен жарияланымдардан диссертацияға тек өтініш берушіге тікелей тиесілі материалды қамтиды, алынған материал жұмыста сілтемелер арқылы көрсетілген.

Авторлық құқық объектісіне құқықтарды мемлекеттік тіркеу туралы куәліктер:

1. Авторлық құқықпен қорғалатын объектілерге құқықтардың мемлекеттік тізіліміне 2021 жылғы 7 желтоқсандағы №22212 "Айырымдық әдісімен қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін шешу бағдарламаларының кешені" енгізу туралы куәлік. Авторлар: Мазаков Т.Ж., Калимолдаев М.Н., Джомартова Ш.А., Бегалиева К.Б., Мазакова Ә.Т., Саметова А.А., Шорманов Т.С., Әлиасқар М.С., Мухаев Д.К.

2. Авторлық құқықпен қорғалатын объектілерге құқықтардың мемлекеттік тізіліміне 2022 жылғы 10 ақпандағы №23504 "Рунге-Кутта әдісімен қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін шешу бағдарламасы" енгізу туралы куәлік. Авторлар: Мазаков Т.Ж., Бегалиева К.Б., Мазакова Ә.Т., Джомартова Ш.А., Әлиасқар М.С., Мухаев Д.К., Жакып Б.М., Бургегулов А.Д.

3. Авторлық құқықпен қорғалатын объектілерге құқықтардың мемлекеттік тізіліміне 2022 жылғы 10 ақпандағы №23490 "Интегралдық теңдеулерді шешуге қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін шешу бағдарламасы" енгізу туралы куәлік. Авторлар: Мазаков Т.Ж., Бегалиева К.Б., Мазакова Ә.Т., Джомартова Ш.А., Зиятбекова Г.З., Исимов Н.Т., Амирханов Б.С., Әлиасқар М.С.

Қорғауға шығарылатын ғылыми ережелердің, тұжырымдар мен ұсынымдардың негізділігі математикалық аппаратты пайдаланудың дұрыстығымен, эксперименттерді дұрыс қоюмен және оларды өңдеумен;

теориялық зерттеулер мен эксперименттік деректер нәтижелерінің сапалы және сандық сәйкестігімен; зерттеулер нәтижелерінің практикалық қолданылуымен расталады.

1 ФИЗИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІ ЗЕРТТЕУ БОЙЫНША ӘДЕБИЕТТЕРГЕ ШОЛУ ЖӘНЕ ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК МӘСЕЛЕСІНІҢ ҚОЙЫЛУЫ

1.1 Автоматтандырылған жобалау жүйелеріне шолу

Автоматтандыру немесе автоматты басқару дегеніміз – машиналар, зауыттардағы процестер, термиялық өңдеу қазандықтар мен пештері сияқты жабдықтарды басқару, телефон желілерін қосу, кемелерді, ұшақтарды және адамның минималды немесе азайтылған араласуымен басқа қосымшаларды басқару және тұрақтандыру сияқты жабдықты басқару үшін әртүрлі басқару жүйелерін пайдалану. Кейбір процестер толығымен автоматтандырылған. Автоматтандырудың ең үлкен артықшылығы - жұмыс күшін үнемдейді; дегенмен, ол энергия мен материалдарды үнемдеу үшін, сонымен қатар сапаны, дәлдікті және дәлдікті жақсарту үшін қолданылады. Бұрынғы automatic (automation-нан шыққан) сөзінен бастау алған автоматика термині 1947 жылға дейін GeneralMotors автоматтандыру бөлімін құрғанға дейін кеңінен қолданылған жоқ. Дәл осы уақытта өнеркәсіп 1930 жылдары енгізілген кері байланыс контроллерлерін тез енгізді. Автоматтандыру әртүрлі құралдармен, соның ішінде механикалық, гидравликалық, пневматикалық, электрлік, электронды құрылғылар мен компьютерлермен, әдетте біріктірілген түрде жүзеге асырылды. Қазіргі заманғы зауыттар, ұшақтар және кемелер сияқты күрделі жүйелер негізінен аралас әдістерді пайдаланады [15-16].

Автоматтандырылған жобалау және автоматтандырылмаған жобалаудың айырмашылығы – қымбат және көп уақытты қажет ететін физикалық модельдеуді – математикалық модельдеуді ауыстыру мүмкіндігі. Бұл жағдайда бір маңызды жағдайды есте ұстаған жөн: жобалау кезінде нұсқалардың санының көптігі. Сондықтан универсал АЖЖ құру міндетін қоюға болмайды, бірақ белгілі бір машиналар тобына арналған жобалау мәселелерін шешу қажет болып жатады.

АЖЖ құру үшін қажет:

- есептеу техникасының математикалық әдістері мен құралдарын қолдану негізінде жобалауды жетілдіру;
- ақпаратты іздеу, өңдеу және беру үдерістерін автоматтандыру;
- оңтайлы және нұсқалы жобалау әдістерін қолдану;
- жобаланатын объектілердің, жинақтаушы бұйымдар мен материалдардың тиімді, Елеулі ерекшеліктерін, математикалық модельдерін қолдану;
- жобаланатын объектілердің, жинақтаушы бұйымдар мен материалдардың тиімді, елеулі ерекшеліктерін, математикалық модельдерін қолдану;
- объектілерді автоматтандырылған жобалау үшін қажетті анықтамалық сипаттағы жүйеленген мәліметтерді қамтитын деректер банктерін құру;
- жобалауды біріздендіру және стандарттау;

- жобалық құжаттаманы ресімдеу сапасын арттыру;
- шығармашылық емес жұмыстарды автоматтандыру арқылы жобалаушылардың шығармашылық үлесін арттыру;
- мамандарды даярлау және қайта даярлау;
- әр түрлі деңгейдегі және мақсаттағы автоматтандырылған жүйелермен өзара әрекетті жүзеге асыру [17-19].

Жобалауды автоматтандыру құралдарының кешені математикалық, бағдарламалық, лингвистикалық, ақпараттық, техникалық, ұйымдастырушылық-әдістемелік, құқықтық және эргономикалық қамтамасыз етуді қамтиды.

АЖЖ математикалық қамтамасыз ету автоматтандырылған жобалауда қолданылатын математикалық әдістерді, модельдерді және ақпаратты өңдеу алгоритмдерін біріктіреді. Математикалық қамтамасыз ету элементтері өте алуан түрлі: жобаланған құрылғылар элементтерінің модельдері, жобалау кезінде туындайтын әртүрлі есептерді сандық шешу әдістері және с.с. және іс жүзінде АЖЖ бағдарламалық жасақтамасында жүзеге асырылады. АЖЖ математикалық қамтамасыз етуге келесі талаптар қойылады:

- пәндік саланың көптеген мәселелерін шешу үшін АЖЖ қолдану мүмкіндігін анықтайтын әмбебаптық;
- әртүрлі бастапқы деректерде дұрыс нәтиже беру алгоритмдердің қасиетін анықтайтын алгоритмдік сенімділік;
- есептелген және шынайы нәтижелердің сәйкестік дәрежесін анықтайтын модельдердің дәлдігі.

АЖЖ бағдарламалық жасақтамасы (АЖЖ БЖ) - бұл бағдарламалық құжаттамасы бар бағдарламалар жиынтығы. АЖЖ БЖ құрамына кіретін әрбір бағдарлама жобалау процесінің белгілі бір кезеңіне немесе әртүрлі кезеңдердегі бірдей тапсырмалар тобына қызмет етеді және қолданбалы бағдарлама болып табылады. АЖЖ құрамына кіретін әрбір бағдарлама жобалау процесінің белгілі бір кезеңіне немесе әртүрлі кезеңдердегі бірдей тапсырмалар тобына қызмет етеді және қолданбалы бағдарлама болып табылады.

АЖЖ-ны лингвистикалық қамтамасыз ету табиғи тілді ресімдеуге арналған тілдік құралдардан, автоматтандыру құралдарының кешенімен, сондай-ақ жобалаушылар мен ЭЕМ арасында байланысу үшін жүйенің жұмысында АЖЖ-де қолданылатын ақпараттық бірліктерді құрудан және біріктіруден тұрады.

АЖЖ-ны ақпараттық қамтамасыз ету АЖЖ-де қабылданған негізгі сипаттамалардың сөздігін (элементтердің сипаттамалары, элементтердің модельдері, шығыс құжаттарының форматтары және с.с.) сипаттайтын мәліметтер жиынтығынан және оны жобалаудың барлық кезеңдеріндегі жобалау объектісінің моделінің күйі туралы жаңартылған мәліметтерден тұрады. Бұл деректер дерекқорларда сақталады. Мәліметтер базасының маңызды сипаттамасы - оларды редакциялау мүмкіндігі: жаңа элементтер қосу, бар элементтердің параметрлерін өзгерту.

АЖЖ техникалық (аппараттық) қамтамасыз етілуіне басқару әрекеттерін іске асыру құралдарын, сондай-ақ конструкторлық және пайдалану құжаттамасымен деректерді қабылдау, енгізу, дайындау, түрлендіру, өңдеу, сақтау, тіркеу, шығару, көрсету, пайдалану және беру құралдарын қамтиды. АЖЖ құрамына кіретін техникалық құралдарға мыналар кіруі мүмкін: инженердің жұмыс орнын мамандандырылған жабдықпен (станоктарды, жөндеу тақшаларын, бағдарламашыларды және т. б. қосу үшін тоғыстыру тақшалары, интерфейс кабельдері және т. б.) тоғыстыруды қамтамасыз ететін интерфейс модульдері; өнімді даярлау, жөндеу және дайындау үдерістерін орындау үшін керекті мамандандырылған жабдықтың өзі (қолданбалы бағдарламалардың фото үлгілерін жасауға арналған принтерлер, бағдарламалағыштар, жөндеу тақталары және с.с.).

АЖЖ-ны ұйымдастырушылық-әдістемелік қамтамасыз ету нақты автоматтандырылған функцияларды орындау үшін қажетті автоматтандыру жүйелерін және объектінің ұйымдық құрылымын, жүйенің жұмыс істеуі жағдайындағы іс-әрекеттермен, сондай-ақ қызмет нәтижелерін ұсыну нысандарымен айқындалатын құжаттармен: бұйрықтар, ережелер, штат кестелері, нұсқаулықтар, біліктілік талаптары және жобалау ұйымының бөлімшелерінің ұйымдық құрылымын және олардың өзара әрекеттерін реттейтін басқа да құжаттар автоматтандырылған жобалау құралдарының жиынтығымен ұсынылады.

АЖЖ-ны құқықтық қамтамасыз ету АЖЖ жұмыс істеу кезіндегі құқықтық қатынастарды реттейтін нормативтік-құқықтық материалдардан және оның жұмыс істеу нәтижелерінің құқықтық мәртебесінен тұрады. Бұл құжаттарда АЖЖ-ны пайдаланатын немесе сүйемелдейтін бөлімшелер мен тұлғалардың құқықтары мен міндеттері жазылған. Бұдан басқа, оларда дұрыс емес шешімдер үшін, ақпаратқа рұқсатсыз қол жеткізгені үшін, лицензияланбаған БҚ пайдаланғаны және авторлық құқықты бұзғаны үшін тұлғалардың жауапкершілігі тіркеледі.

АЖЖ-ны эргономикалық қамтамасыз ету адамның психологиялық, психофизиологиялық, антропометриялық сипаттамалары мен мүмкіндіктерін АЖЖ сипаттамалары мен жұмыс орнындағы орта параметрлерімен үйлестіруге бағытталған өзара байланысты талаптарды біріктіреді [20-22].

Сонымен қатар АЖЖ келесі түрлері бар [23]:

CAD (Computer-Aided Design) – автоматтандырылған жобалау жүйесі. Автоматтандырылған жобалау - бұл жобаларды құруды, өзгертуді, талдауды және оңтайландыруды жеңілдету үшін компьютерлік жүйелерді қолданудан тұратын технология. CAD жүйесінің маңызды компоненттері-бұл жұмыс сызбаларын әзірлеу және құрылғының жұмысын модельдеу ішкі жүйелері;

CAM (Computer-Aided Manufacturing) – автоматтандырылған өндіріс жүйесі. Автоматтандырылған өндіріс кәсіпорынның өндірістік ресурстарымен – СББ (сандық бағдарламалық басқару) станоктарымен, өндірістік роботтармен және т. б. тікелей немесе жанама интерфейс арқылы жоспарлауға

(операциялардың ретін, өндіріс көлемін анықтауға және т. б.), өндірістік операцияларды басқаруға және бақылауға арналған;

CAE (Computer-Aided Engineering) – автоматтандырылған жобалау жүйесі. Автоматтандырылған жобалау құрылғының жобасын жасау және талдау, оның құрылымын жақсарту және оңтайландыру үшін өнімнің тәртібін модельдеу және зерттеу үшін қолданылады.

CIM (Computer-integrated manufacturing – компьютерлік интеграцияланған өндіріс), CAD, CAM және CAE автоматтандыру технологияларын жобалауды өндіріске біріктірудің бірыңғай жүйесіне біріктіру.

Жобалауды автоматтандыруға арналған есептеу техникасын қолданудың түрлі мүмкіндіктері мен шекаралары белгілі бір саладағы ғылыми-техникалық білімді формализациялау деңгейімен анықталады. Техникалық жүйелердің белгілі бір класының теориясы неғұрлым терең дамыған болса, соғұрлым оларды жобалау процесін автоматтандыру үшін объективті түрде үлкен мүмкіндіктер бар.

Жобалау-конструкторлық жұмыстарда ЭЕМ-ді қолдану оның дамуында бірнеше кезеңдерден өтті және айтарлықтай өзгерістерге ұшырады. Есептеу техникасының пайда болуымен қолмен жобалауға бағытталған әдістер жүзеге асырылған кезде нақты есептелген сипаттағы жобалық тапсырмаларды автоматтандыруға баса назар аударылды. Содан кейін, тәжірибе жинақталғандықтан, олар есептеу математикасының әдістеріне негізделген автоматтандырылған есептеу бағдарламаларын құра бастады (параметрлік оңтайландыру, ақырғы элементтер әдісі және т.б.). Арнайы терминалды құрылғылардың енгізілуімен компьютерлік әмбебап бағдарламалары да, сондай-ақ кейбір күнделікті жобалау мәселелерін шешуге арналған (сызбалар, сипатқұжаттар, мәтіндік құжаттар және т.б. жасау) пайда болады. Соңғы жылдары типтік тораптарды жобалау кезінде есептеу-конструкторлық жұмыстарды автоматтандыруға көп көңіл бөлінуде, бұл кезде құрылымдық эвристикалық синтез жүргізіліп, ал негізгі параметрлер жобалаушылар мен компьютердің арасындағы интерактивті диалог режимінде таңдалады және оңтайландырылады.

Микроэлектрониканың қарқынды дамуы, интеграция дәрежесінің, орналастыру тығыздығының, жаңа микроэлектрондық құрылғылар мен жабдықтарды қысқа мерзімде жасау қажеттілігі жобалаудың күрделілігінің және автоматтандырылған жобалау жүйелерін әзірлеудің күрделілігінің айтарлықтай өсуіне әкеледі. Микроэлектрондық құрылғыларды жобалаудағы негізгі мәселелердің бірі функционалды схемалардың, конструкторлық және технологиялық шешімдердің, электр режимдерінің және пайдалану жағдайларының өзара байланысын есепке алу болып табылады. Кезеңдік аппаратураны автоматтандырылған әзірлеу әдістемесі: 1) құрылымдық синтез және 2) кейінгі талдау. Аппаратураны синтездеу сатысында қолданылатын құрылыстың негізгі әдістері (орналасу, орналастыру, бақылау және т.б.)

көбінесе жылу режимін, шуға төзімділігі мен механикалық беріктікті ескермей қолданылады [24].

Жылуфизикалық есептеулердің негізі, жобаланған құрылғылар мен аппаратураның металл құрылымдарындағы жылу алмасу процестерін математикалық модельдеу болып табылады [25].

Осыған байланысты электронды аппаратураның металл құрылымдарының жылу өткізгіштігін есептеудің автоматтандырылған жүйесін әзірлеу мәселесі өзекті болып табылады.

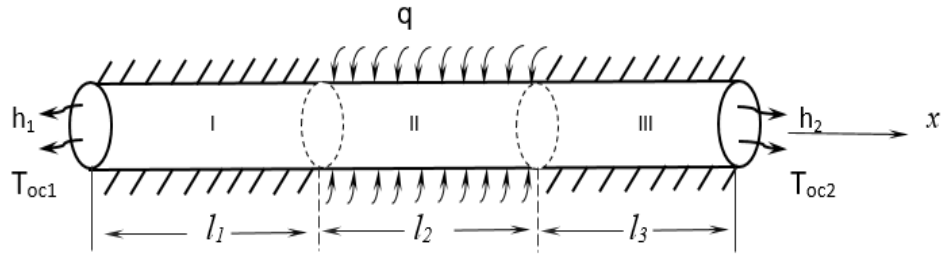
Жұмыста зерттелетін мәселенің өзектілігін автоматтандырылған жобалау жүйелерін дамыту мен қолданудың әртүрлі бағыттарын зерттеуге арналған көптеген қорғалған диссертациялар көрсетеді [26-32].

Жылуөткізгіштік процестері негізінен техника және технологияда, табиғатта өте күрделі жағдайларда өтеді. Олар негізінен стационарлық емес процестерде жүреді. Көбінесе материалдарды қыздыру барысында (мысалы, табиғи шикізаттарды, минералдарды, т.б.) әртүрлі температураларда түрлі химиялық түрленулер болып жатады. Мұндай жағдайлар негізінен жылу эффектілерімен (эндотермиялық және экзотермиялық) байланысты жүреді және дененің бойында зат массасының тасымалдануына және құрылымдық өзгерістерге яғни деформацияларға әкеліп соғады. Бұл процестер жылуөткізгіштік құбылысының оданда күрделене түсуіне әкеледі. Айта кетсек, түрлі шикізаттардан жасалатын металл қоспаларынан құйындылар технологиясында күрделі химиялық және физикалық процестер орын алып жатады.

Зерттеу тәжірибелерін жүргізу нәтижесінде алынған температуралық өрістер, қимасы квадрат болатын зерттелетін сырықтың ұзындығы бойынша жылуөткізгіштік динамикасын анықтауға мүмкіндіктер береді.

1.2 Әртекті жылу көздері болған кезде тұрақты қималы сырықтағы жылу-физикалық процестерді сандық модельдеу

Ұзындығы шектеулі $L[\text{cm}]$ және тұрақты көлденең қимасы $F[\text{cm}^2]$ болатын көлденең сырық қарастырамыз. Көлденең ox осін солдан оңға қарай бағыттаймыз. Ол сырықтың осімен сәйкес келеді. Сырықтың учаскелерінің бүйір беттері $(0 \leq x \leq l_1)$ және $(l_2 \leq x \leq L)$ толықтай жылудан оқшауланған. Сырықтың $(l_1 \leq x \leq l_2)$ учаскесінің бүйір бетіне жылу ағыны $q \left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \right]$ қарқынды түрде жүргізілген. Сырықтың оң және сол жақ көлденең қимасының ауданы арқылы қоршаған ортамен жылу алмасу жүреді. Жылу алмасу коэффициенттері $h_1(x=0)$ және $h_2(x=L) \left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \text{К}} \right]$. Бұл аудандардың қоршаған орта температурасы сәйкесінше – T_{oc1} және $T_{oc2} [^\circ \text{К}]$. Мәселенің есептік схемасы 1.1-суретте келтірілген.

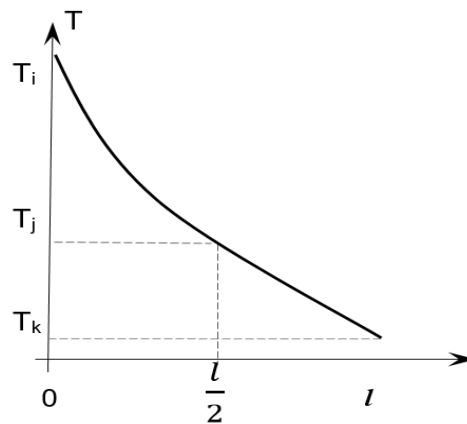


Сурет 1.1 – Есептік схема

Қарастырылатын $L[\text{cm}]$ ұзындықтағы сырықты элементтерге дискреттейміз. Бір дискретті элементтің ұзындығында температура өрісі екінші ретті толық полиноммен аппроксимацияланады.

$$T(x) = ax^2 + bx + c, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.2.1)$$

мұндағы a, b, c - тұрақты, мәндері әзірге белгісіз. Бір дискретті элементтің шегінде температураның таралу заңы 1.2-суретте келтірілген.



Сурет 1.2 – Бір дискретті элементтің ұзындығы бойымен температураның таралуы

Жергілікті координаталар жүйесінде $0 \leq x \leq l$ біз $x_i = 0$; $x_j = \frac{l}{2}$; $x_k = l$ координаттары бар үш түйінді бекітеміз.

Бұл түйіндердегі температуралардың мәнін сәйкесінше белгілейміз

$$T(x = x_i = 0) = T_i; \quad T(x = x_j = \frac{l}{2}) = T_j; \quad T(x = x_k = l) = T_k \quad (1.2.2)$$

Онда (1.2.2) - (1.2.1) -ге қойғанда келесі жүйені аламыз:

$$\left. \begin{aligned} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c &= T_i \\ a \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{l}{2}\right) + c &= T_j \\ a \cdot l^2 + b \cdot l + c &= T_k \end{aligned} \right\} \quad (1.2.3)$$

Жүйені шешіп анықтайтынымыз

$$c = T_i; \quad b = \frac{4T_j - 3T_i - T_k}{l}; \quad a = \frac{2T_k + 2T_i - 4T_j}{l^2} \quad (1.2.4)$$

(1.2.4) - (1.2.1)-ге қойғанда

$$T(x) = \frac{2T_k + 2T_i - 4T_j}{l^2} \cdot x^2 + \frac{4T_j - 3T_i - T_k}{l} \cdot x + T_i =$$

$$= \left(\frac{2x^2 - 3lx + l^2}{l^2} \right) T_i + \left(\frac{4lx - 4x^2}{l^2} \right) T_j + \left(\frac{2x^2 - lx}{l^2} \right) T_k, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.2.5)$$

Мұнда белгілеу енгіземіз

$$\varphi_i(x) = \frac{2x^2 - 3lx + l^2}{l^2}; \quad \varphi_j(x) = \frac{4lx - 4x^2}{l^2}; \quad \varphi_k(x) = \frac{2x^2 - lx}{l^2}, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.2.6)$$

Бұл функцияларды жергілікті координаттар жүйесінде квадратты сплайн функциялар дейміз [33]. Олар келесі қасиеттерге ие:

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 - \partial e \\ 0, & x = \frac{l}{2} - \partial e \\ 0, & x = l - \partial e \end{cases} \\ \varphi_j(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 - \partial e \\ 1, & x = \frac{l}{2} - \partial e \\ 0, & x = 0 - \partial e \end{cases} \\ \varphi_k(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 - \partial e \\ 0, & x = \frac{l}{2} - \partial e \\ 1, & x = l - \partial e \end{cases} \quad (1.2.7)$$

$$\varphi_i(x) + \varphi_j(x) + \varphi_k(x) = 1; \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.2.8)$$

Жергілікті координаттар жүйесінде бір дискретті элементтің ұзындығы шегінде температура градиенті келесі түрге ие:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{d\varphi_i(x)}{dx} T_i + \frac{d\varphi_j(x)}{dx} T_j + \frac{d\varphi_k(x)}{dx} T_k = \frac{4x-3l}{l^2} T_i + \frac{4l-8x}{l^2} T_j + \frac{4x-l}{l^2} T_k, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.2.9)$$

Бұл жерде мынаны атап өткен жөн

$$\frac{d\varphi_i(x)}{dx} T_i + \frac{d\varphi_j(x)}{dx} T_j + \frac{d\varphi_k(x)}{dx} T_k = 0 \quad (1.2.10)$$

Табиғи шекаралық шарттарды ескере отырып, шешуші теңдеулер жүйесін құру үшін біз зерттелетін сырықты әртүрлі ұзындықтағы үш элементке дискреттейміз. Бірінші дискретті элемент үшін бүйір бетінің жылудан оқшауланғанын ескере отырып толық жылу энергиялық функционалы келесідей болады:

$$J_1 = \int_{S(x=0)} \frac{h_1}{2} (T - T_{oc1})^2 ds + \int_{V_1} \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dv, \quad (0 \leq x \leq l_1) \quad (1.2.11)$$

Мұнда сол жақ шетінің көлденең қимасының ауданы бойынша бірінші интеграл тек осы беттің нүктелері үшін орын алады. Жергілікті координаттар жүйесінде түйіндердің нөмірленуін ескере отырып, (1.2.11) келесі түрде қайта жазуға болады:

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{F(x=0)h_1}{2}(T - T_{oc1})^2 + \frac{FK_{xx}}{2} \int_0^l \left[\left(\frac{4x - 3l_1}{l_1^2} T_1 + \frac{4l_1 - 8x}{l_1^2} T_2 + \frac{4x - l_1}{l_1^2} T_3 \right) \right]^2 dx = \\
&= \frac{Fh_1}{2}(T_1 - T_{oc1})^2 + \frac{FK_{xx}}{6l_1} [7T_1^2 - 16T_1T_2 + 2T_1T_3 - 16T_2T_3 + 16T_2^2 + 7T_3^2]
\end{aligned} \quad (1.2.12)$$

мұндағы h_1 - жылу алмасу коэффициенті. T_{oc1} – сырықтың сол жақ шетіндегі қоршаған орта температурасы.

Мұнда бірінші дискретті элементтің бүйір беті толықтай жылудан оқшауланған. (1.2.12) өрнекте температураның түйіндік мәндерінің алдындағы коэффициенттердің қосындысы нөлге тең болатындығын атап өткен жөн. Мысалы, бірінші жақша $(1-1)=0$, енді екінші жақша да $[7-16+2-16+16+7]=0$ болады. 1.2-суретте екінші дискретті элементті қарастырайық, бұл ішкі элемент болып табылады. Бірақ бұл элементтің бүйір бетіне жылу ағыны $q \left[\frac{Bm}{cm^2} \right]$ тұрақты қарқындылықпен жүргізілген. Сондықтан бұл элемент үшін толық жылу энергиясының функционалы келесі түрде болады:

$$\begin{aligned}
J_2 &= \int_{V_2} \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dv + \int_{S_{н\acute{o}н}} qT ds = \frac{FK_{xx}}{2} \int_0^l \left[\left(\frac{4x - 3l_2}{l_2^2} T_3 + \frac{4l_2 - 8x}{l_2^2} T_4 + \frac{4x - l_2}{l_2^2} T_5 \right) \right]^2 dx + \\
&\quad + qP \int_0^l \left[\left(\frac{2x^2 - 3l_2x + l_2^2}{l_2^2} \right) T_3 + \left(\frac{4l_2x - 4x^2}{l_2^2} \right) T_4 + \left(\frac{2x^2 - l_2x}{l_2^2} \right) T_5 \right] dx = \\
&= \frac{FK_{xx}}{6l_2} [7T_3^2 - 16T_3T_4 + 2T_3T_5 - 16T_4T_5 + 16T_4^2 + 7T_5^2] + \frac{q\pi r l_2}{3} (T_3 + 4T_4 + T_5), \quad (1.2.13) \\
&\quad (l_1 \leq x \leq l_2)
\end{aligned}$$

мұндағы V_2 – екінші дискретті элементтің көлемі; $P=2\pi r$ – көлденең қиманың периметрі;

Соңында соңғы үшінші дискретті элементке өтеміз. Бұл элементтің бүйір беті толығымен жылудан оқшауланған. Бірақ, сырықтың оң жақтағы қиманың ауданында қоршаған ортамен жылу алмасу жүріп тұр. Яғни жылу алмасу коэффициенті – h_2 , ал, қоршаған орта температурасы – T_{oc2} . Ал, элементтің ұзындығы – l_3 . Бұл дискреттік элемент үшін толық жылу энергия функционалы мына түрде болады:

$$\begin{aligned}
J_3 &= \int_{V_3} \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dv + \int_{S(x=l_1+l_2+l_3)} \frac{h_2}{2} (T - T_{oc2})^2 ds = \\
&\quad \frac{FK_{xx}}{2} \int_0^l \left[\left(\frac{4x - 3l_3}{l_3^2} \right) T_5 + \left(\frac{4l_3 - 8x}{l_3^2} \right) T_6 + \left(\frac{4x - l_3}{l_3^2} \right) T_7 \right]^2 dx + \frac{Fh_2}{2} (T_7 - T_{oc2})^2 = \\
&= \frac{FK_{xx}}{6l_3} [7T_5^2 - 16T_5T_6 + 2T_5T_7 - 16T_6T_7 + 16T_6^2 + 7T_7^2] + \frac{Fh_2}{2} (T_7 - T_{oc2})^2, \quad (l_2 \leq x \leq L) \quad (1.2.14)
\end{aligned}$$

мұнда V_3 – 3-ші дискретті элементтің көлемі; ал, F – сырықтың көлденең қимасының ауданы; Онда зерттелетін сырық үшін толық жылу энергиясының функционалы келесі түрде болады:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 = \frac{Fh_1}{2}(T_1 - T_{oc1})^2 + \frac{FK_{xx}}{6l_1}[7T_1^2 - 16T_1T_2 + 2T_1T_3 - 16T_2T_3 + 16T_2^2 + 7T_3^2] +$$

$$\frac{FK_{xx}}{6l_2}[7T_3^2 - 16T_3T_4 + 2T_3T_5 - 16T_4T_5 + 16T_4^2 + 7T_5^2] + \frac{q\pi rl_2}{3}(T_3 + 4T_4 + T_5) +$$

$$+ \frac{FK_{xx}}{6l_3}[7T_5^2 - 16T_5T_6 + 2T_5T_7 - 16T_6T_7 + 16T_6^2 + 7T_7^2] + \frac{Fh_2}{2}(T_7 - T_{oc2})^2 \quad (1.2.15)$$

Температураның түйіндік мәндеріне қатысты сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесінің шешуші жүйесін құру үшін J функционалы T_1, T_2, \dots, T_7 бойынша минимизацияланады.

$$\left. \begin{aligned} 1) \frac{\partial J}{\partial T_1} = 0; &\Rightarrow Fh_1(T_1 - T_{oc1}) + \frac{FK_{xx}}{6l_1}[14T_1 - 16T_2 + 2T_3] = 0; \\ 2) \frac{\partial J}{\partial T_2} = 0; &\Rightarrow \frac{FK_{xx}}{6l_1}[-16T_1 + 32T_2 - 16T_3] = 0; \\ 3) \frac{\partial J}{\partial T_3} = 0; &\Rightarrow FK_{xx} \left[\left(\frac{2T_1 + 16T_2 + 14T_3}{6l_1} \right) + \left(\frac{14T_3 - 16T_4 + 2T_5}{6l_2} \right) \right] + \frac{q\pi rl_2}{3} = 0; \\ 4) \frac{\partial J}{\partial T_4} = 0; &\Rightarrow \frac{FK_{xx}}{6l_2}[-16T_3 + 32T_4 - 16T_5] + \frac{4q\pi rl_2}{3} = 0; \\ 5) \frac{\partial J}{\partial T_5} = 0; &\Rightarrow FK_{xx} \left[\left(\frac{2T_3 - 16T_4 + 14T_5}{6l_2} \right) + \left(\frac{14T_5 - 16T_6 + 2T_7}{6l_3} \right) \right] + \frac{q\pi rl_2}{3} = 0; \\ 6) \frac{\partial J}{\partial T_6} = 0; &\Rightarrow \frac{FK_{xx}}{6l_3}[-16T_5 + 32T_6 - 16T_7] = 0; \\ 7) \frac{\partial J}{\partial T_7} = 0; &\Rightarrow \frac{FK_{xx}}{6l_3}[2T_5 - 16T_6 + 14T_7] + Fh_2(T_7 - T_{oc2}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.2.16)$$

Бұл жүйені шеше отырып, T_1, T_2, \dots, T_7 температураларының түйіндік мәндері есептеледі. Оларға сәйкес сырықтың үш дискретті элементтерінің ұзындығы бойымен температураның таралу заңы құрылады:

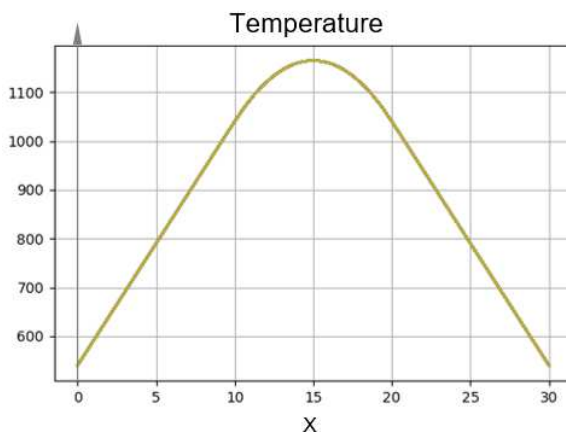
$$\left. \begin{aligned} T^{(I)}(x) &= \varphi_i(x) \cdot T_1 + \varphi_j(x) \cdot T_2 + \varphi_k(x) \cdot T_3 \\ T^{(II)}(x) &= \varphi_i(x) \cdot T_3 + \varphi_j(x) \cdot T_4 + \varphi_k(x) \cdot T_5 \\ T^{(III)}(x) &= \varphi_i(x) \cdot T_5 + \varphi_j(x) \cdot T_6 + \varphi_k(x) \cdot T_7 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.17)$$

немесе $T(x) = T^{(I)}(x) + T^{(II)}(x) + T^{(III)}(x)$.

Жоғарыда аталған әдіс пен алгоритмді практикалық қолдану үшін келесі бастапқы деректерді пайдаланамыз: $L=30\text{см}$; $r=1\text{см}$; $\alpha=0,0000125\frac{1}{^\circ\text{K}}$;

$$E=2\cdot 10^6\frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}; K_{xx}=100\frac{\text{watt}}{\text{см}\cdot^\circ\text{K}}; h_1=h_2=10\frac{\text{watt}}{\text{см}^2\cdot^\circ\text{K}}; T_{oc1}=T_{oc2}=40^\circ\text{K}; q=-500\frac{\text{watt}}{\text{см}^2}.$$

Осы бастапқы деректермен 1.3-суретте келтірілген нәтиже алынды.



Сурет 1.3 – Сырықтың ұзындығы бойымен температураға тәуелділігі

Бір мезгілді жергілікті жылу ағындары, жылу алмасу және жылудан оқшаулану болған кезде ұзындығы шектеулі сырықтың жылуфизикалық күйін зерттеу үшін энергияның сақталу заңына негізделген әдіс қарастырылды. Бұл әдіс температураның таралу өрісін, энергияның сақталу заңдарын қанағаттандыру дәлдігімен анықтауға мүмкіндік береді. Нақты бастапқы деректер үшін барлық ізделгендер жоғары дәлдікпен сандық түрде анықталады. Табылған барлық шешімдер энергияның сақталу заңдарын қанағаттандырады.

1.3 Есептің қойылымы

Жылу өткізгіштік есептерін шешудің бірнеше әдістері бар: аналитикалық, аналогтық, сандық, графикалық және эксперименттік. Олардың төртеуі тікелей теңдеулердің әртүрлі формаларынан шығады. Эксперименттік әдіс басқа әдістер нәтиже бермеген кезде қолданылады. Ол жылу өткізгіштік және меншікті жылу сыйымдылығы сияқты жылу физикалық қасиеттерін анықтау үшін қолданылады [34].

Күрделі формадағы қатты денелердегі жылу өткізгіштік мәселелерін шешу үшін аналитикалық және сандық әдістер қолданылады. Шешімдер белгілі шекаралық жағдайларда мүмкін болады, оның ішінде денедегі бастапқы температураның таралуы және дененің бетіндегі шекаралық жағдайлар, оларды үш тәсілдің бірімен анықтауға болады: беттік температура, жылу ағыны және жылу беру коэффициенті [35].

Техникадағы стационарлық емес күйде жылу режимі өте кең таралған, бірақ ол әрдайым есептелмейді. Көптеген жылу алмастырғыштарда (мысалы, рекуперативті) стационарлық емес процестер уақытша сипатта болып

табылады, бірақ негізінен бұл құрылғылар стационарлық режимде жұмыс істейді. Машиналар мен қоғамдық тамақтандыру аппараттарында, регенеративті жылу алмастырғыштарда жұмыс процесі стационарлық емес режимде жүреді. Осы және осыған ұқсас жағдайларда стационарлық емес жылу өткізгіштігін есептеу қажет, өйткені ол технологиялық процестің ұзақтығын, өнімнің сапасын және қондырғының өнімділігін анықтайды.

Жылу өткізгіштік дегеніміз – температура градиенті болған кезде микробөлшектердің (молекулалардың, атомдардың, электрондардың) жылулық қозғалысына байланысты және заттың макроскопиялық қозғалысынсыз жүретін дененің ішіндегі жылудың молекулалық берілуі. Бұл жағдайда дененің көбірек қыздырылған аймақтарындағы бөлшектер көп энергияға ие, олардың қозғалысы кезінде аз қыздырылған аймақтардың бөлшектерімен соқтығысып, оларға энергияның бір бөлігін береді.

Температура – бұл зат бөлшектерінің жылу қозғалысының энергиясын сипаттайтын параметр. Демек, жылудың таралу процесі және оның бағыты дене ішіндегі температураның таралуымен тығыз байланысты. Жалпы жағдайда температура дененің әртүрлі нүктелерінде бірдей емес және уақытқа байланысты: $T = T(x, y, z, t)$.

Қарастырылатын кеңістіктегі (денедегі) температуралық өріс – процесс жүріп жатқан кеңістіктің (дененің) барлық нүктелері үшін белгілі бір уақытта температура мәндерінің жиынтығы [35].

Егер дене температурасы координаттарға тәуелді болса және уақыт өте келе өзгермейтін болса, онда өріс стационар деп аталады. Уақытқа тәуелді температурада өріс тұрақсыз деп аталады.

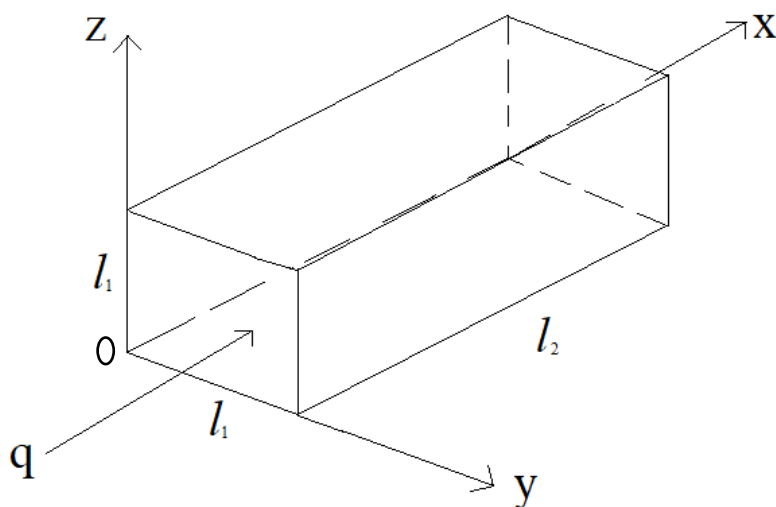
Біршама уақыт өткеннен кейін дененің барлық бөліктерінің температурасы түзіліп, қоршаған орта температурасына тең болады (бұл қоршаған орта көлемі дененің көлемінен едәуір үлкен болған жағдайда және уақыт өте келе оның температурасы өзгермейтін жағдайда болады).

Стационарлық емес режимде жылудың қайта таралуы дененің жеке элементтерінің температурасының өзгеруімен бірге жүреді.

Тұрақты емес жылу өткізгіштік кезіндегі қатты дененің температуралық өрісінің өзгеруі жылу өткізгіштіктің дифференциалдық теңдеуімен сипатталады [36].

Үш өлшемді дене қарастырылады, оның тұрақты көлденең қимасы квадрат түрінде болады. Сырықтың сол жақ шеті координатаның басталуымен сәйкес келеді және жылу беру коэффициенті сырықтың бүкіл бетінде тұрақты болып саналады. Сондай-ақ, сырық нүктелік температураға және беттік жылу алмасудың әсерінен болады деп есептеледі. Қойылған мәселе айырымдық әдісімен шешіледі, яғни жылу өткізгіштік теңдеуі айырымдық схемасымен аппроксимацияланады. Температураның сырықтың бойымен таралуын табуға арналған бағдарлама жасалды, ол сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлдарға орналастырады. Динамикадағы сандық есептеулердің нәтижелері (уақыт бойынша) бір өлшемді және екі өлшемді графиктер түрінде көрсетіледі.

Ұзындығы шектеулі l_2 , тұрақты көлденең қимасы $S_{кк} = l_1 * l_1$ болатын, көлденең сырық қарастырамыз. $Oxyz$ ауқымды декарттық координаттар жүйесін саламыз (1.4-сурет).



Сурет 1.4 – Көлденең қимасы квадрат болатын металл сырықтың жалпы көрінісі

Сырықтың бойымен жылудың таралуы келесі үш өлшемді жылу теңдеуімен сипатталады:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + F, \quad (1.3.1)$$

мұндағы

k – жылу өткізгіштік коэффициенті;

ρ – тығыздық;

c – меншікті жылу сымдылығы;

h – жылу алмасу коэффициенті;

$F(x, y, z, t)$ – t уақытында (x, y, z) нүктесіндегі жылу көздерінің қарқындылығы;

$T_{қо}$ – қоршаған орта температурасы;

$S_{кк}$ – сырықтың көлденең қимасының ауданы;

x, y, z – кеңістіктік айнымалылар $0 \leq y, z \leq l_1, 0 \leq x \leq l_2$,

x_u, y_u, z_u – сырықтың центрі: $x_u = l_2/2, y_u = l_1/2, z_u = l_1/2$;

l_1 – сырықтың көлденең қимасының биіктігі мен ұзындығы;

l_2 – сырықтың ұзындығы.

Дербес туындылы дифференциалдық теңдеу (1.3.1) – жылу алмасудың изохорлық процесі үшін энергияны сақтаудың дифференциалдық теңдеуі немесе тұрақты емес жылу өткізгіштік теңдеуі болып табылады. Ол жылу өткізгіштік процесі жүретін қатты дененің кез-келген нүктесінде

температураның уақытша және кеңістіктік өзгеруі арасындағы байланысты орнатады.

Сырықтың сол жақ шеті координатаның басталуымен сәйкес келеді және жылу беру коэффициенті сырықтың бүкіл бетінде тұрақты болып саналады. Сондай-ақ, сырық нүктелік температура әсерімен беттік жылу алмасуға ұшырайды деп болжанады.

Әрі қарай, біз біртекті сырықты (k, c, ρ - тұрақты) және ($F(x, y, z, t) = 0$) жылу көздері жоқ екенін қарастырамыз. Содан кейін (1.1) теңдеу келесідей болады:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (1.3.2)$$

мұндағы $a^2 = k/(c\rho)$ - температура өткізгіштік коэффициенті.

Жылу теңдеуінің жалғыз шешімін бөліп алу үшін (1.3.1) теңдеуге бастапқы және шекаралық шарттарды қосу керек.

Бастапқы шарттар стационарлық емес процестерді қарастыру кезінде қажет және уақыттың бастапқы сәтінде дене ішіндегі температураның таралу заңын белгілеуден тұрады. Жалпы жағдайда бастапқы шарт аналитикалық түрде келесідей жазылуы мүмкін:

$$T|_{t=0} = q(M), \quad (1.3.3)$$

мұндағы $M = (x, y, z) \in D$,

t – уақыт ($t_0 \leq t \leq t_1$),

$t_1 - t_0$ – сырықтың жылу өткізгіштік процесі зерттелетін уақыт аралығы.

D арқылы параллелепипедті ($0 \leq y, z \leq l_1, 0 \leq x \leq l_2$ }, ал Γ арқылы $-D$ шекарасын белгілейміз $Q = \{x, y, z, t | (x, y, z) \in D, t \in [t_0, t_1]\}$.

Біз шекаралық шарттарды келесі түрде орнатамыз

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial n} |_{\Gamma} &= 0. \\ T(0, y, z, t) &= q. \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

Жылу өткізгіштіктің дифференциалдық теңдеуі бастапқы және шекаралық шарттармен бірге мәселені толығымен анықтайды, яғни дененің геометриялық пішінін, бастапқы және шекаралық шарттарын біле отырып, дифференциалдық теңдеуді соңына дейін шешуге болады, сондықтан денедегі температура өрісін табуға болады, $T(x, y, z, t)$ – t уақытта кез-келген сәтінде температураның таралу функциясы.

$T(x, y, z, t)$ функциясы дифференциалдық теңдеуді (1.3.2), сондай-ақ бастапқы және шекаралық шарттарды қанағаттандыруы керек.

Математикалық физика курсына максимум принципі мен шешімнің жалғыздық теоремасы дәлелденеді, егер қандай да бір $T(x, y, z, t)$ функциясы жылу өткізгіштіктің дифференциалдық теңдеуін, бастапқы және шекаралық шарттарды қанағаттандыратын болса, онда бұл мәселенің жалғыз шешімі [37].

1-теорема (максимум принципі). Егер $T(x,y,z,t)$ функциясы Q тұйық аймағында анықталған және үзіліссіз болса (1.3.2) теңдеуді қанағаттандыратын болса, онда ол уақыттың бастапқы сәтінде немесе Γ шекарасында максималды және минималды мәндерге жетеді [38].

2-теорема (жалғыздық). Егер Q аймағында анықталған және үзіліссіз екі T_1 және T_2 функциялары (1.3.2) теңдеуді және бірдей бастапқы және шекаралық шарттарды (1.3.3)-(1.3.4) қанағаттандыратын болса, онда $T_1(x, y, z, t) \equiv T_2(x, y, z, t)$ [38].

Демек, зерттелетін тапсырманың дұрыстығы.

[39-44] еңбектерінде дербес туындылардағы теңдеулердің аналитикалық шешімдерін табудың әртүрлі аспектілері зерттелген. [45-48] еңбектерінде математикалық физиканың сызықтық емес теңдеулерін шешудің нақты аналитикалық әдістері сипатталған.

Теңдеулер шешімі кездесетін түрлі салалардағы теориялық физика, механика және химиялық технология (жылу және масса тасымалдау теориясында, толқын теориясында, гидродинамикада, сызықтық емес акустикада, жану теориясында, сызықтық емес оптикада, ядролық физикада және т. б.) қазақстандық математиктер еңбектеріне арналады [49-54].

Нақты немесе жуық шешім аналитикалық және сандық әдістерді қолдану арқылы табылады. Аналитикалық әдістердің классикалық мысалдары ретінде математикалық физиканың сызықтық есептері үшін айнымалыларды, интегралды түрлендірулерді бөлу әдістерін атап өтеміз.

Сызықтық емес математикалық модельдер үшін сызықтық әдістер, кедергі әдістерінің әртүрлі нұсқалары ерекше маңызға ие. Бұл тәсіл бөлінген шағын параметр бойынша асимптотикалық жіктеуді қолдануға негізделген. Бұл әдістерге сингуляр ұйтқытылым мәселелерді қарастыру кезінде ерекше назар аударылады.

Сызықтық емес есепті шешудің сапалы әрекеті кейбір дербес шешімдер жақсы жеткізе алады. Сызықтық емес есептердің нақты шешімдерін іздеу автоматты айнымалыларды қолдануға, математикалық модельдің негізінде жатқан теңдеулерді топтық талдау нәтижелеріне негізделген.

Күрделі сызықтық емес көп параметрлі модельдерді компьютерлерде сандық әдістермен зерттеуге болады. Есептің шешімнің белгілі бір шарттарына айқын параметрлік тәуелділігін бере алатын аналитикалық шешімнен айырмашылығы, сандық шешім белгілі бір параметрді өзгерткен кезде мәселені бірнеше рет шешуді талап етеді [55].

Алайда, зерттелетін құбылыстардың күрделілігіне байланысты қазіргі математикалық әдістерді қолдана отырып, аналитикалық дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді шешу көбінесе өте қиын, кейде тіпті мүмкін емес болады.

Сандық әдісті қолдана отырып, әрқашан есептің шекаралық шарттарын қанағаттандыруға және аналитикалық әдістерге қол жетпейтін күрделі есептерді шешуге болады. Қазіргі уақытта теориялық зерттеулердегі негізгі жетістіктер қуатты есептеу құралдарын (компьютер және сандық әдістер)

қолданумен байланысты болса, қолданбалы математиканың дәстүрлі аналитикалық әдістері көмекші болып табылады.

Сонымен қатар, жылу өткізгіштік және жылу алмасу мәселелерін шешуде практикалық қолдануға қолайлы көптеген шешу әдістері бар [56-64].

Көптеген жарияланымдар жылу өткізгіштіктің кері мәселелерін теориялық зерттеуге арналған [65-69]

1.4 Бірінші бөлім бойынша тұжырым

Қолданыстағы АЖЖ шолу жасалады: әртүрлі ішкі жүйелердің сипаттамалары мен мақсаттары беріледі. Бір мезгілді жергілікті жылу ағындары, жылу алмасу және жылудан оқшаулану болған кезде ұзындығы шектеулі сырықтың жылуфизикалық күйін зерттеу үшін энергияның сақталу заңына негізделген әдіс қарастырылды. Мәселенің жалпы сипаттамасы талданып, зерттеу мақсаттары тұжырымдалады. Екі теорема түрінде қойылған есептің дұрыстығы және жылу өткізгіштік теңдеулерін шешудің сандық әдістерін қолдану қажеттілігі (аналитикалық шешімді алудың күрделілігіне байланысты) негізделеді.

2 ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ТЕНДЕУІН АЙЫРЫМДЫҚ ӘДІСПЕН ШЕШУ

2.1 Жылу өткізгіштік тендеуін шешудің айырымдық әдістеріне шолу

Бұл бөлім жылу өткізгіштік тендеулерін зерттеуге дифференциалдық схемаларды қолдануға арналған.

Қазіргі уақытта математикалық физиканың сызықтық есептері үшін айырымдық схемалар теориясының аспектілері жеткілікті түрде толық әзірленді. Бұл жерде монографияларды атап өту керек, В. С. Рябенкий мен А.Ф. Филиппов, Е. Г. Дьяконов, Р. Рихтмайер және К. Мортон, Г. И. Марчук, А. А. Самарский, А. А. Самарский және А. В. Гулин, А. А. Самарский II, В. Б. Андреев, А.А. Самарский және Ю. П. Попов және т.б. Сызықтық емес есептер үшін айырымдық схемалары әлдеқайда аз зерттелген.

Осы әдістердің теориясы шеңберінде дифференциалдық тендеулердің торлы аппроксимацияларды құрудың көптеген тәсілдері дамыған.

Мұнда жоғары дәлдіктегі айырымдық схемаларын құру әдістерін, коэффициенттердегі ерекшеліктерді қамтитын тендеулерді есептеуге арналған схемаларды, ерекшеліктері бар салалардағы тендеулерді шешуге арналған айырмашылық схемаларын және т. б. құру әдістерін атап өткен жөн.

Айырымдық схемаларды құру кезінде олардың шешімдерінде бастапқы дифференциалдық тендеулерге тән ең маңызды қасиеттердің торлы аналогтарын сақтауға ерекше назар аударылады. Мұндай қасиеттердің ішіндегі ең маңыздысы - массаның, жылудың сақталу заңы және т.б. сияқты кейбір физикалық заңдарды білдіретін интегралдық сәйкестік тендеулерін шешуде орындылықты қамтамасыз ететін тендеулердің дивергенциясы (консервативтілігі). Стационарлық шекаралық есептердің дивергентті аппроксимациясын құру әдістері белгілі және үнемі жетілдіріліп отырады.

Техника мен жаратылыстану ғылымдарының дамуында жылу алмасу процестерін зерттеу әрдайым маңызды рөл атқарады. Өткен ғасырларда осы сала бойынша зерттеулер негізінен сол кездегі пайда болған жылу энергетикасының қажеттіліктеріне сай ынталандырылды. Авиацияның, атом энергетикасының, зымыранды-ғарыштық техникасының дамуы екінші дүниежүзілік соғыстан кейінгі жылдары жылу алмасу процестерінің жаңа тұжырымдарын және сонымен бірге теорияның болжамдық мүмкіндіктерінің толықтығы мен сенімділігіне жаңа, әрі қатаң талаптар қойылған еді.

Жылу алмасу құбылыстарын қарқынды зерттеу сонымен қатар қолдану аясы соңғы кезеңдері қатты кеңейді. Оған фундаменталды жаратылыстану ғылымдары мен техниканың жетекші бағыттары кіреді. Қазіргі таңда компьютерді қолдана отырып жылу алмасу процестерін теориялық зерттеу және оларды сандық модельдеуге негізделген. Бұл дербес туындылы дифференциалдық тендеулер үшін есептерді шешудің есептеу әдістерін дамытудағы және заманауи компьютерлердің қуатын арттырудағы айтарлықтай прогрестің арқасында қол жеткізу мүмкін болды.

Осы бөлімде дербес туындылы теңдеулер үшін есептің шешімінің сандық әдістеріне негізделеді. Бұл әдістің негізгі класы, бұлардың көмегімен дербес туындылы теңдеулермен қолданбалы есептерді шешу үшін пайдалануға болады. Сандық әдістер әдетте үлкен көлемді жадты және жоғарғы жылдамдықты есептеу қабілеті бар жоғарғы қуатты компьютердің болуын талап етеді.

Енді келесі жағдайларды айрықша атап өту керек болып отыр. Қазіргі уақытта жылу алмасу процестерін сандық модельдеу барған сайын маңызды, себебі қазіргі заманғы ғылым мен техника бұндай процестерді сенімді болжауды талап етеді, өйткені оларды зертханалық немесе табиғи жағдайларда эксперименттік зерттеу аса қиын және өте қымбат, ал кейбір кездерде мүмкін емес болып жатады. Өндірістік мекемелердің тәжірибесінде жылу алмасу процестерін сандық модельдеу және әр-түрлі ғылыми-зерттеу, жобалау жұмыстары барған сайын табысты болуда.

Жалпы жылу алмасудың 3 механизмі бар: жылу өткізгіштік, сәуле шығару және конвекция. Бұнда біз жылу алмасудың негізгі механизміне, яғни жылу өткізгіштікке тоқталамыз.

Жылу өткізгіштік дегеніміз – қатты ортада жылудың молекулалық ауысуы болып табылады. Температураның таралуы біркелкі болмаған кезде бұл процесс орын алады. Мұндай жағдайда жылу әр-түрлі температурадағы бөлшектердің тікелей жанасуына байланысты беріледі, молекулалар, атомдар немесе бос электрондар арасында энергия алмасуға әкеліп соғады.

Жылу өткізгіштік заттың температурасына, қысымына, құрамына, агрегаттық күйіне, оның тазалығына және басқа да сипаттамаларына байланысты болады.

Тәжірибеде дененің ішіндегі және оның шекараларына жақын жылу өткізгіштігінің әртүрлі болуы көп кездеседі. Бұл жылу алмасу процестерінің пайда болу жағдайларының өзгеруімен де, зат құрылымының өзгеруімен де байланысты яғни нәтижесінде термиялық өңдеуге, тозуға, қатаюға және т.б. байланысты.

Сыртқы факторлар жылу өткізгіштікке айтарлықтай әсер етуі мүмкін, мысалы, сәулелену, қысымның өзгеруі, магнит өрісі.

Көмескі ортада жылу өткізгіштік радиациялы жылу тасымалымен бірге жүреді. Мұндай орталардың байқалатын тиімді жылу өткізгіштігі – радиациялық жылу беру мен жылуөткізгіштіктің қосындысы болып табылады. Біріктірілген жылу берудің радиациялық компонентінің үлесі температураның жоғарылауымен артады және бірнеше жүз градус Цельсия температурасында маңызды болады.

2.2 Айырымдық әдісімен шешу

Осыған байланысты айырымдық әдісімен сандық шешім ұсынылады, яғни жылу өткізгіштік теңдеуі айырымдық схемасымен аппроксимацияланады.

D облысын сәйкесінше x, y және z осьтері бойынша Δx , Δy және Δz қадамдарымен біркелкі тормен жабамыз. (1.3.2) теңдеудің келесі айырымдық аппроксимациясын жазамыз:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\Delta t} = \\ & = a^2 \left(\frac{T_{i+1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \right), \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Мұндағы Δt – уақыт бойынша қадам, индекс n – уақыт қадамы, Δx – Oх осі бойымен қадам, Δy – Oу осі бойымен қадам, Δz – Oz осі бойымен қадам, i, j, k индекстері – сәйкесінше x, y және z координаттары бойынша. (2.2.1) өрнегінде барлық қосындылар n-ші уақытша қадам үшін және тек біреуі (n+1)-ші [70] үшін жазылады.

Сондықтан тордың ішкі нүктелері үшін келесі уақыт қадамындағы температура мәнін алдыңғы мәндер арқылы білдіреміз

$$T_{i,j,k}^{n+1} = T_{i,j,k}^n + \Delta t a^2 \left(\frac{T_{i+1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \right), \quad (2.2.2)$$

Келесі итерациялық шешім алгоритмі ұсынылады:

1. $t = t_0$, $n = 0$. $T_{i,j,k}^0 = 0$ D аймағындағы барлық ішкі нүктелер үшін,

$$T^0|_{\Gamma} = q(M), \quad (2.2.3)$$

мұндағы $M = (x, y, z) \in \Gamma$, Γ шекарасындағы барлық нүктелер үшін.

2. (2.2.2) формуласы бойынша D облысының ішкі нүктелеріндегі $T_{i,j,k}^{n+1}$ мәндерін есептейміз.

3. Егер $t < t_1$ критерийі орындалса, онда то $t = t + \Delta t$, $n = n + 1$, 2-қадамға өтіңіз, әйтпесе итерация процесі аяқталды [71,72].

Есептеулерді орындау кезінде (2.2.2) айырымдық схемасының тұрақтылығын зерттеу, атап айтқанда шартты тексеру қажет.

$$\Delta t \leq \frac{1}{2a^2} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right). \quad (2.2.4)$$

(2.2.4) жинақтылық шарты.

2.3. Есептің сандық шешімі

Сырықтың бойымен температураның таралуын табу бағдарламасы жасалды, ол сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлдарға орналастырады [73]. Динамикадағы сандық есептеулердің нәтижелері (уақыт бойынша) бір өлшемді және екі өлшемді графиктер түрінде көрсетіледі. Есептеулер келесі бастапқы деректермен жүргізілді:

$$l_1 = 1.0; l_2 = 10.0; \Delta t = 0.01;$$

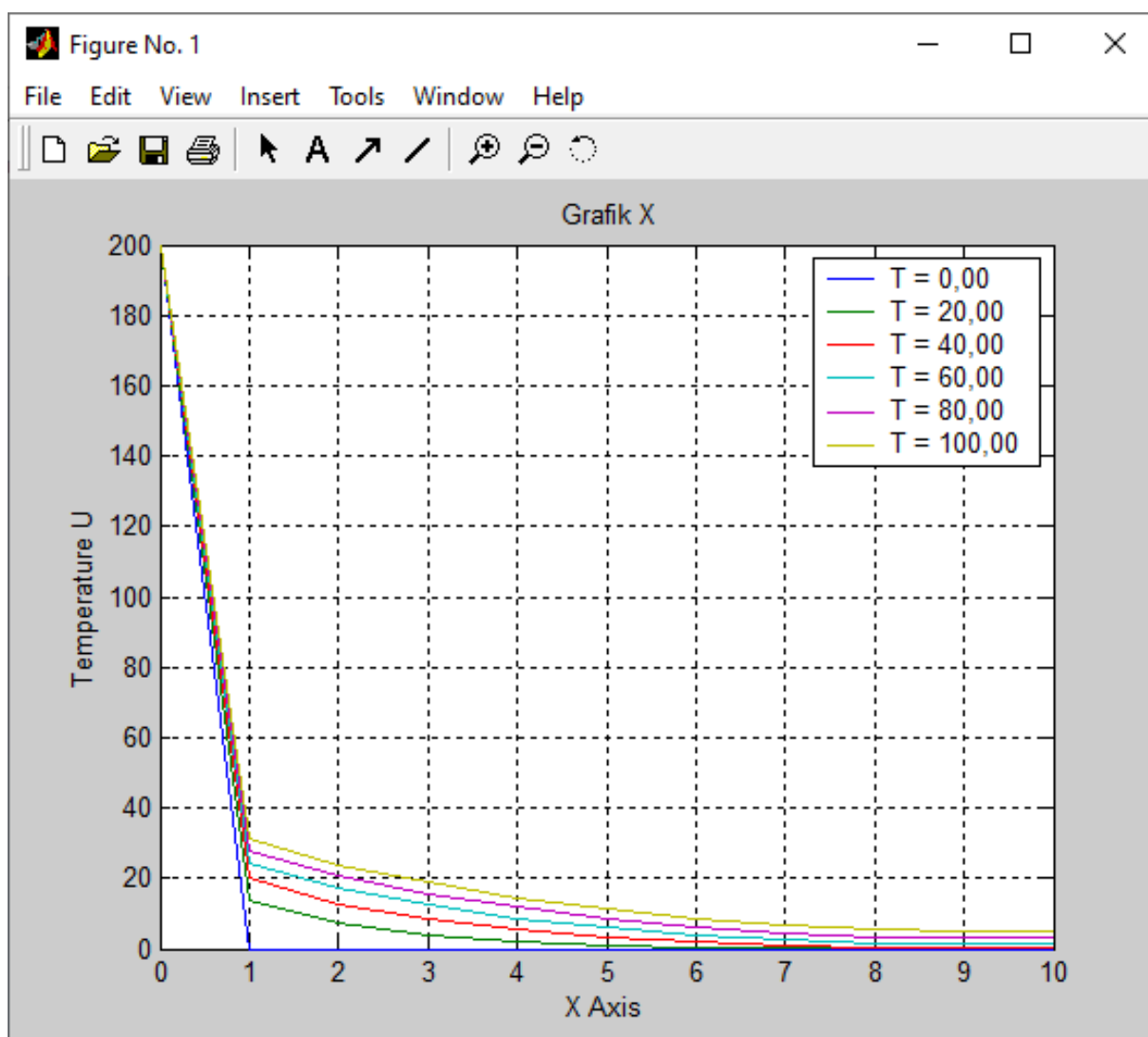
$$n_x = 10; n_y = 6; n_z = 6;$$

$$\Delta x = \frac{l_2}{n_x}, \Delta y = \frac{l_1}{n_y}, \Delta z = \frac{l_1}{n_z};$$

$$q = 200; \rho = 7.870; c = 0.13; k = 0.177;$$

Сандық есептеулер нәтижелері (Rezult.txt файлындағы) В қосымшасында ұсынылған.

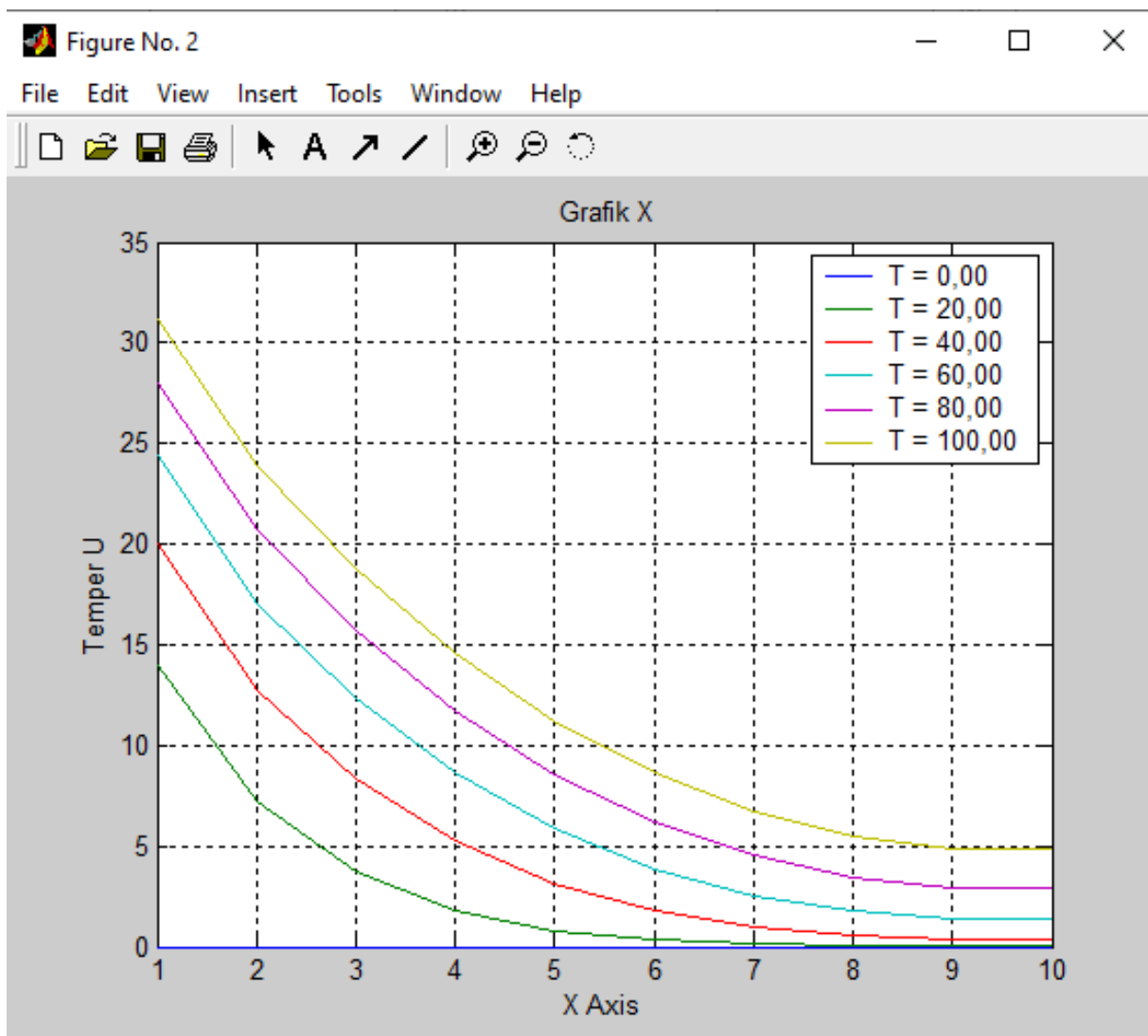
Алынған сандық есептеулерді интерпретациялаудың күрделілігіне және көрнекіліктің арттыруға байланысты MATLAB бағдарламасында [74] бағдарлама әзірленді, оның мәтіні F қосымшасында келтірілген. 2.1-2.6 суреттерде эксперименттік есептеулердің нәтижелері графикалық түрде берілген. 2.1-суретте динамикадағы координаттардың басынан бастап X бағытында сырықтың центрі бойымен температураның таралу графигі көрсетілген [75].



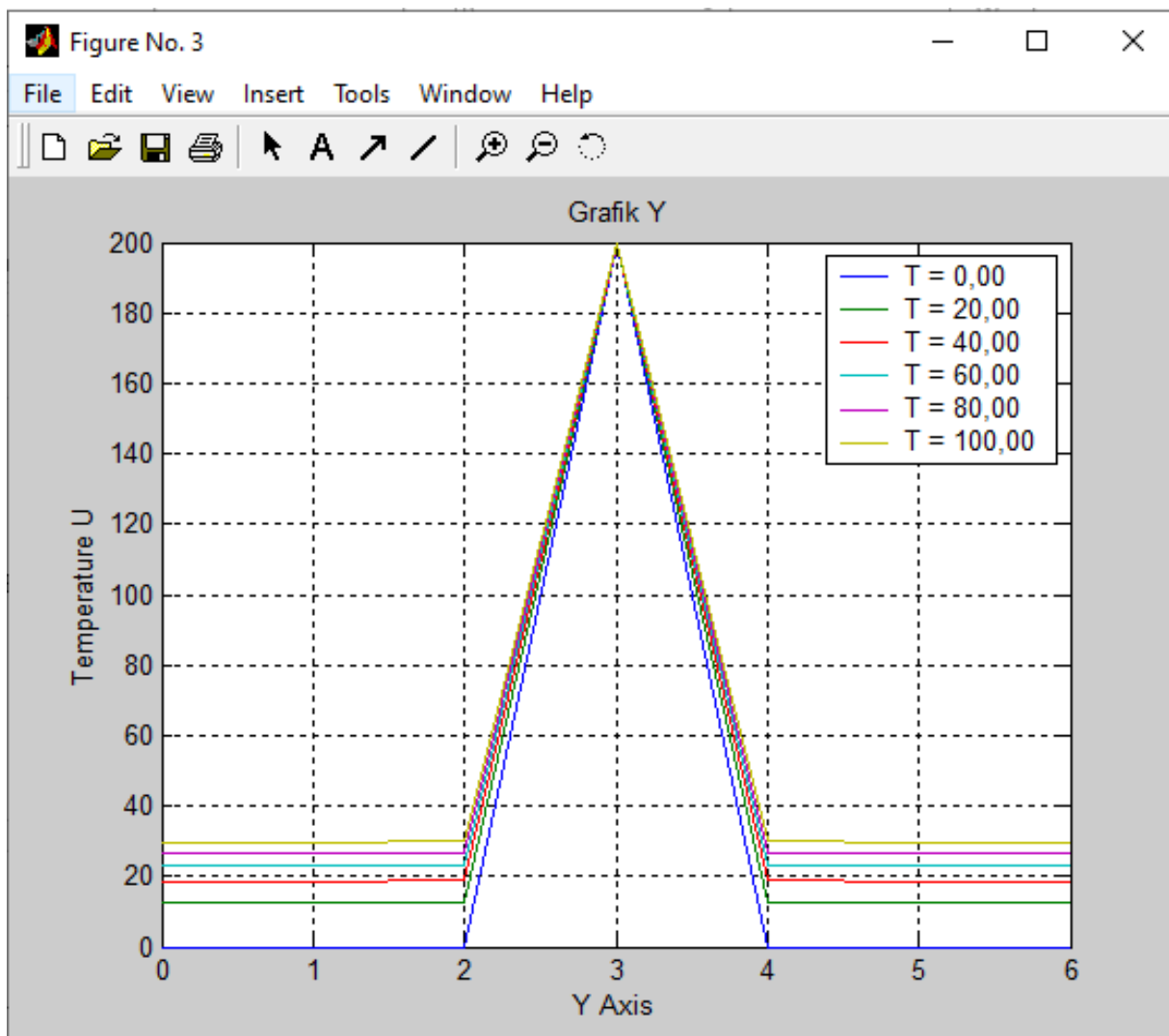
Сурет 2.1 – Сырықтың центрі бойымен координата басынан X бағытымен температураның таралу графигі

Температураның 0-ден 200 градусқа дейінгі үлкен ауытқуына байланысты 2.2-суретте динамикадағы координатаның басынан бір қадам шегініспен сырықтың центрі бойымен X бағытына қарай температураның таралу 2 графигі көрсетілген.

2.2-суреттен көрініп тұрғандай, сырықтың центрі бойымен температура 100 секундта 0-ден 5 градусқа дейін көтеріледі.



Сурет 2.2 – Координата басынан X бағытымен сырықтың центрі бойынша бір қадам шегініспен температураның таралу графигі



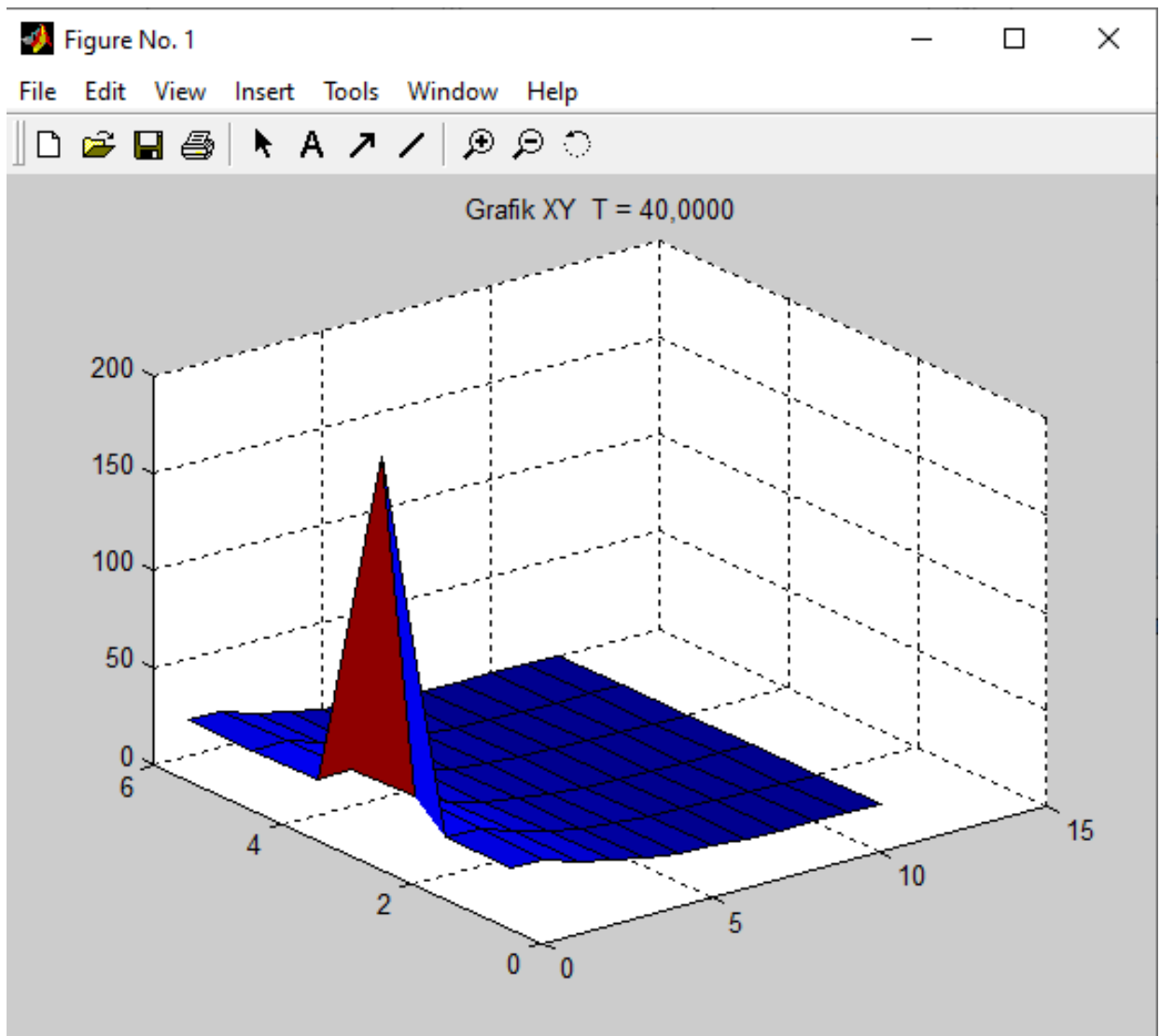
Сурет 2.3 – Y бағытымен сырықтың центрі бойымен температураның таралу графигі

2.3-суретте Y осінің сол жақ шетіндегі (координата басы) сырықтың центрі бойымен температураның таралу графигі көрсетілген, сырықтың шеттерінде температура 100 секундта 0-ден 30.09 градусқа дейін көтеріледі.

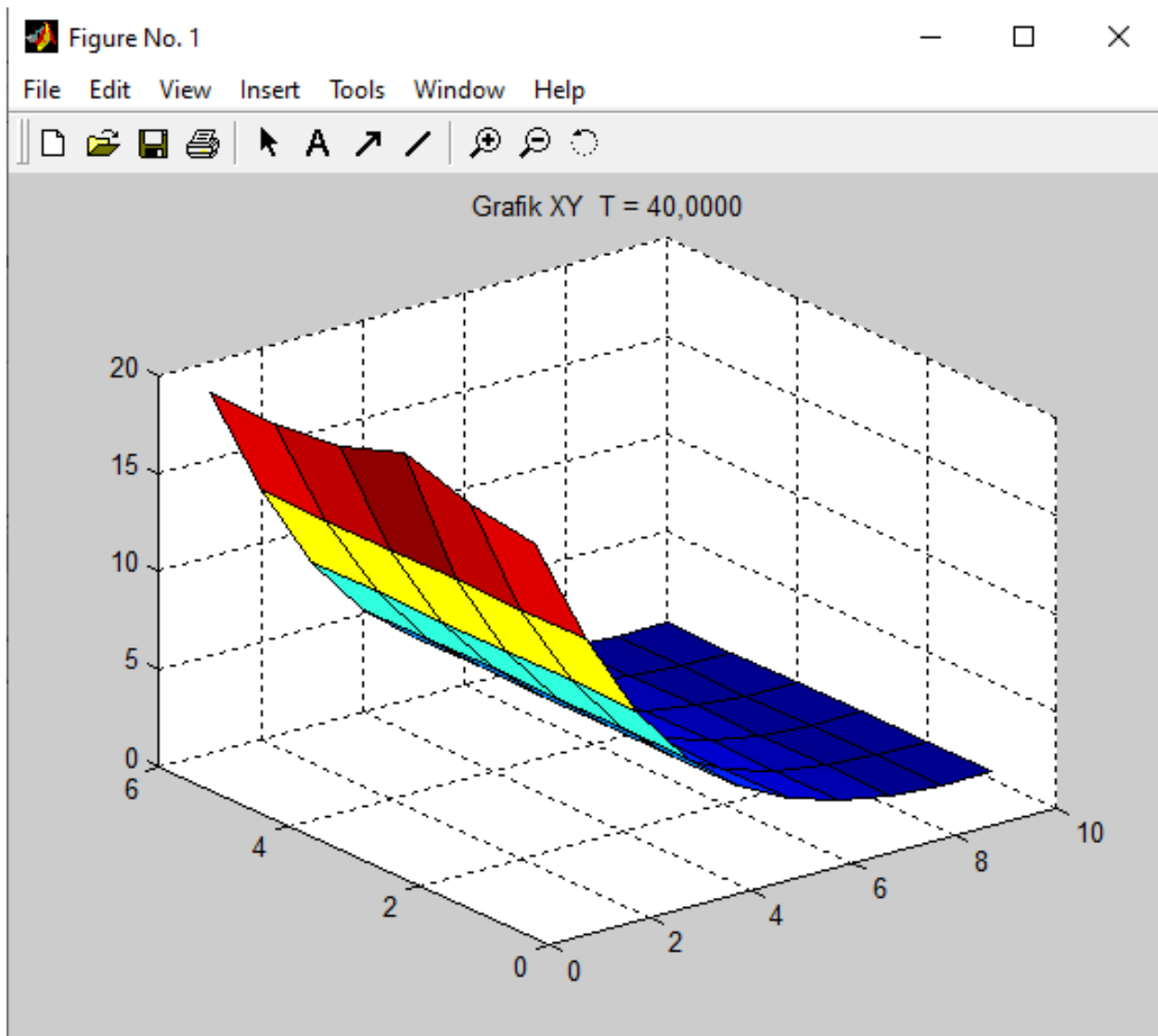
2.4-суретте $T = 40$ секунд уақытындағы X және Y осьтерімен сырықтың центрі бойынша теператураның таралу графигі ұсынылған.

2.5-суретте $T = 40$ секунд уақытындағы координата басынан бір қадам шегініспен X және Y осьтерімен сырықтың центрі бойынша теператураның таралу графигі көрсетілген. Суретте сырықтың оң жақ шетінің температурасы өспегені байқалады.

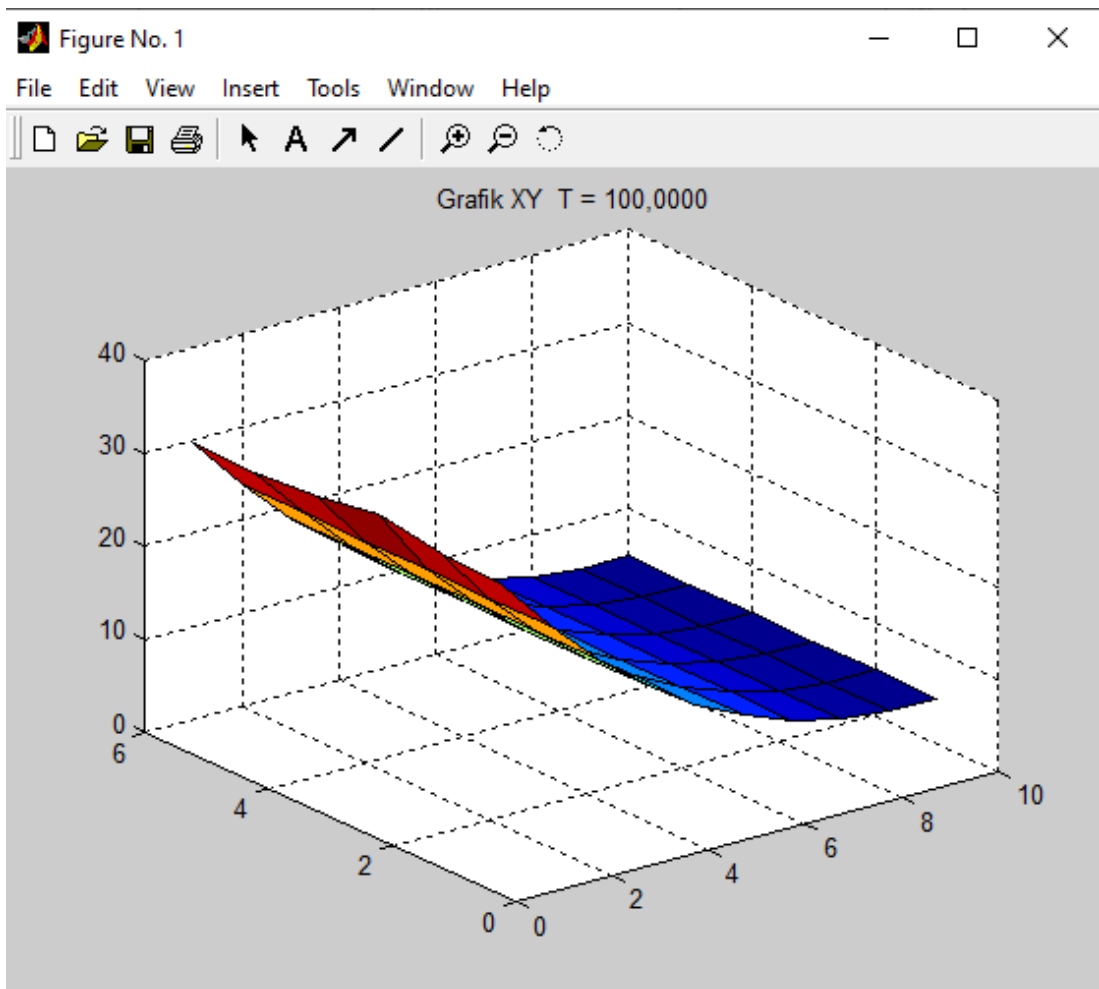
2.6-суретте $T = 100$ секунд уақытындағы координата басынан бір қадам шегініспен X және Y осьтерімен сырықтың центрі бойынша теператураның таралу графигі ұсынылған. Суреттен сырықтың оң жақ шетінің температурасы 5 градусқа жеткенін байқаймыз.



Сурет 2.4 – X және Y осьтерімен сырықтың центрі бойынша теператураның таралу графигі



Сурет 2.5 – $T = 40$ секунд уақытындағы координата басынан бір қадам шегініспен X және Y осьтерімен сырықтың центрі бойынша теператураның таралу графигі



Сурет 2.6 – $T = 100$ секунд уақытындағы координата басынан бір қадам шегініспен X және Y осьтерімен сырықтың центрі бойынша теператураның таралу графигі

Төменде жылу теңдеуін айырмдық әдісімен шешу алгоритмінің сандық нәтижелері берілген.

Функция - x

$$n_x = 10 \quad n_y = 6 \quad n_z = 6$$

$$L_1 = 10,00 \quad L_2 = 1,00 \quad \text{tay} = 0,01000$$

$$c_k = 0,130 \quad \rho_0 = 7,870$$

$$k_{\text{тепл}} = 0,17700 \quad k_{\text{тепо}} = 1,00000$$

$$T_0 = 200,00 \quad T_1 = 0,00$$

$$n_{xр} = 5 \quad n_{yр} = 3 \quad n_{zр} = 3 \quad k_3 = 0 \quad k_{it} = 10000$$

начальная настройка $h_x = 1,00 \quad h_y = 0,17 \quad h_z = 0,17 \quad \text{tay} = 0,01000$

Решение $T = 0,0000$

$$i_y = 0 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00$$

$$i_y = 1 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00$$

$$i_y = 2 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00$$

$$i_y = 3 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 200,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00$$

$$i_y = 4 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00 \implies 0,00$$

iy=0 == 12,16 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 12,16
iy=1 == 0,00 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 0,00
iy=2 == 0,00 == 12,26 == 12,46 == 12,76 == 12,46 == 12,26 == 0,00
iy=3 == 0,00 == 12,36 == 12,76 == 200,00 == 12,76 == 12,36 == 0,00
iy=4 == 0,00 == 12,26 == 12,46 == 12,76 == 12,46 == 12,26 == 0,00
iy=5 == 0,00 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 0,00
iy=6 == 12,16 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 12,16
ix=0

iy=0 == 12,16 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 12,16
iy=1 == 12,16 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 12,16
iy=2 == 12,26 == 12,26 == 12,46 == 12,76 == 12,46 == 12,26 == 12,26
iy=3 == 12,36 == 12,36 == 12,76 == 13,99 == 12,76 == 12,36 == 12,36
iy=4 == 12,26 == 12,26 == 12,46 == 12,76 == 12,46 == 12,26 == 12,26
iy=5 == 12,16 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 12,16
iy=6 == 12,16 == 12,16 == 12,26 == 12,36 == 12,26 == 12,16 == 12,16
ix=1

iy=0 == 7,14 == 7,14 == 7,15 == 7,15 == 7,15 == 7,14 == 7,14
iy=1 == 7,14 == 7,14 == 7,15 == 7,15 == 7,15 == 7,14 == 7,14
iy=2 == 7,15 == 7,15 == 7,15 == 7,16 == 7,15 == 7,15 == 7,15
iy=3 == 7,15 == 7,15 == 7,16 == 7,17 == 7,16 == 7,15 == 7,15
iy=4 == 7,15 == 7,15 == 7,15 == 7,16 == 7,15 == 7,15 == 7,15
iy=5 == 7,14 == 7,14 == 7,15 == 7,15 == 7,15 == 7,14 == 7,14
iy=6 == 7,14 == 7,14 == 7,15 == 7,15 == 7,15 == 7,14 == 7,14
ix=2

iy=0 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76
iy=1 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76
iy=2 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76
iy=3 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76
iy=4 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76
iy=5 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76
iy=6 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76 == 3,76
ix=3

iy=0 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80
iy=1 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80
iy=2 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80
iy=3 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80
iy=4 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80
iy=5 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80
iy=6 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80 == 1,80
ix=4

iy=0 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79
iy=1 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79
iy=2 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79
iy=3 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79

iy=4 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79
iy=5 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79
iy=6 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79 == 0,79
ix=5

Решение T = 40,0000

iy=0 == 18,21 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 18,21
iy=1 == 0,00 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 0,00
iy=2 == 0,00 == 18,30 == 18,50 == 18,79 == 18,50 == 18,30 == 0,00
iy=3 == 0,00 == 18,40 == 18,79 == 200,00 == 18,79 == 18,40 == 0,00
iy=4 == 0,00 == 18,30 == 18,50 == 18,79 == 18,50 == 18,30 == 0,00
iy=5 == 0,00 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 0,00
iy=6 == 18,21 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 18,21
ix=0

iy=0 == 18,21 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 18,21
iy=1 == 18,21 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 18,21
iy=2 == 18,30 == 18,30 == 18,50 == 18,79 == 18,50 == 18,30 == 18,30
iy=3 == 18,40 == 18,40 == 18,79 == 19,98 == 18,79 == 18,40 == 18,40
iy=4 == 18,30 == 18,30 == 18,50 == 18,79 == 18,50 == 18,30 == 18,30
iy=5 == 18,21 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 18,21
iy=6 == 18,21 == 18,21 == 18,30 == 18,40 == 18,30 == 18,21 == 18,21
ix=1

iy=0 == 12,73 == 12,73 == 12,74 == 12,74 == 12,74 == 12,73 == 12,73
iy=1 == 12,73 == 12,73 == 12,74 == 12,74 == 12,74 == 12,73 == 12,73
iy=2 == 12,74 == 12,74 == 12,74 == 12,75 == 12,74 == 12,74 == 12,74
iy=3 == 12,74 == 12,74 == 12,75 == 12,76 == 12,75 == 12,74 == 12,74
iy=4 == 12,74 == 12,74 == 12,74 == 12,75 == 12,74 == 12,74 == 12,74
iy=5 == 12,73 == 12,73 == 12,74 == 12,74 == 12,74 == 12,73 == 12,73
iy=6 == 12,73 == 12,73 == 12,74 == 12,74 == 12,74 == 12,73 == 12,73
ix=2

iy=0 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39
iy=1 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39
iy=2 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39
iy=3 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39
iy=4 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39
iy=5 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39
iy=6 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39 == 8,39
ix=3

iy=0 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27
iy=1 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27
iy=2 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27
iy=3 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27
iy=4 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27
iy=5 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27
iy=6 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27 == 5,27

ix=4

iy=0 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15

iy=1 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15

iy=2 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15

iy=3 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15

iy=4 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15

iy=5 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15

iy=6 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15 == 3,15

ix=5

Решение T = 60,0000

iy=0 == 22,67 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 22,67

iy=1 == 0,00 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 0,00

iy=2 == 0,00 == 22,76 == 22,95 == 23,24 == 22,95 == 22,76 == 0,00

iy=3 == 0,00 == 22,86 == 23,24 == 200,00 == 23,24 == 22,86 == 0,00

iy=4 == 0,00 == 22,76 == 22,95 == 23,24 == 22,95 == 22,76 == 0,00

iy=5 == 0,00 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 0,00

iy=6 == 22,67 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 22,67

ix=0

iy=0 == 22,67 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 22,67

iy=1 == 22,67 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 22,67

iy=2 == 22,76 == 22,76 == 22,95 == 23,24 == 22,95 == 22,76 == 22,76

iy=3 == 22,86 == 22,86 == 23,24 == 24,40 == 23,24 == 22,86 == 22,86

iy=4 == 22,76 == 22,76 == 22,95 == 23,24 == 22,95 == 22,76 == 22,76

iy=5 == 22,67 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 22,67

iy=6 == 22,67 == 22,67 == 22,76 == 22,86 == 22,76 == 22,67 == 22,67

ix=1

iy=0 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06

iy=1 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06

iy=2 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,07 == 17,06 == 17,06 == 17,06

iy=3 == 17,06 == 17,06 == 17,07 == 17,08 == 17,07 == 17,06 == 17,06

iy=4 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,07 == 17,06 == 17,06 == 17,06

iy=5 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06

iy=6 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06 == 17,06

ix=2

iy=0 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32

iy=1 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32

iy=2 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32

iy=3 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32

iy=4 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32

iy=5 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32

iy=6 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32 == 12,32

ix=3

iy=0 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62

iy=1 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62

iy=2 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62
iy=3 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62
iy=4 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62
iy=5 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62
iy=6 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62 == 8,62
ix=4

iy=0 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86
iy=1 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86
iy=2 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86
iy=3 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86
iy=4 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86
iy=5 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86
iy=6 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86 == 5,86
ix=5

Решение T = 80,0000

iy=0 == 26,32 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 26,32
iy=1 == 0,00 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 0,00
iy=2 == 0,00 == 26,41 == 26,60 == 26,88 == 26,60 == 26,41 == 0,00
iy=3 == 0,00 == 26,50 == 26,88 == 200,00 == 26,88 == 26,50 == 0,00
iy=4 == 0,00 == 26,41 == 26,60 == 26,88 == 26,60 == 26,41 == 0,00
iy=5 == 0,00 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 0,00
iy=6 == 26,32 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 26,32
ix=0

iy=0 == 26,32 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 26,32
iy=1 == 26,32 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 26,32
iy=2 == 26,41 == 26,41 == 26,60 == 26,88 == 26,60 == 26,41 == 26,41
iy=3 == 26,50 == 26,50 == 26,88 == 28,01 == 26,88 == 26,50 == 26,50
iy=4 == 26,41 == 26,41 == 26,60 == 26,88 == 26,60 == 26,41 == 26,41
iy=5 == 26,32 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 26,32
iy=6 == 26,32 == 26,32 == 26,41 == 26,50 == 26,41 == 26,32 == 26,32
ix=1

iy=0 == 20,66 == 20,66 == 20,67 == 20,67 == 20,67 == 20,66 == 20,66
iy=1 == 20,66 == 20,66 == 20,67 == 20,67 == 20,67 == 20,66 == 20,66
iy=2 == 20,67 == 20,67 == 20,67 == 20,68 == 20,67 == 20,67 == 20,67
iy=3 == 20,67 == 20,67 == 20,68 == 20,69 == 20,68 == 20,67 == 20,67
iy=4 == 20,67 == 20,67 == 20,67 == 20,68 == 20,67 == 20,67 == 20,67
iy=5 == 20,66 == 20,66 == 20,67 == 20,67 == 20,67 == 20,66 == 20,66
iy=6 == 20,66 == 20,66 == 20,67 == 20,67 == 20,67 == 20,66 == 20,66
ix=2

iy=0 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73
iy=1 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73
iy=2 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73
iy=3 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73
iy=4 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73

iy=5 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73
iy=6 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73 == 15,73
ix=3

iy=0 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72
iy=1 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72
iy=2 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72
iy=3 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72
iy=4 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72
iy=5 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72
iy=6 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72 == 11,72
ix=4

iy=0 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57
iy=1 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57
iy=2 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57
iy=3 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57
iy=4 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57
iy=5 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57
iy=6 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57 == 8,57
ix=5

Решение T = 100,0000

iy=0 == 29,47 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 29,47
iy=1 == 0,00 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 0,00
iy=2 == 0,00 == 29,56 == 29,74 == 30,02 == 29,74 == 29,56 == 0,00
iy=3 == 0,00 == 29,65 == 30,02 == 200,00 == 30,02 == 29,65 == 0,00
iy=4 == 0,00 == 29,56 == 29,74 == 30,02 == 29,74 == 29,56 == 0,00
iy=5 == 0,00 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 0,00
iy=6 == 29,47 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 29,47
ix=0

iy=0 == 29,47 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 29,47
iy=1 == 29,47 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 29,47
iy=2 == 29,56 == 29,56 == 29,74 == 30,02 == 29,74 == 29,56 == 29,56
iy=3 == 29,65 == 29,65 == 30,02 == 31,14 == 30,02 == 29,65 == 29,65
iy=4 == 29,56 == 29,56 == 29,74 == 30,02 == 29,74 == 29,56 == 29,56
iy=5 == 29,47 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 29,47
iy=6 == 29,47 == 29,47 == 29,56 == 29,65 == 29,56 == 29,47 == 29,47
ix=1

iy=0 == 23,82 == 23,82 == 23,83 == 23,83 == 23,83 == 23,82 == 23,82
iy=1 == 23,82 == 23,82 == 23,83 == 23,83 == 23,83 == 23,82 == 23,82
iy=2 == 23,83 == 23,83 == 23,83 == 23,84 == 23,83 == 23,83 == 23,83
iy=3 == 23,83 == 23,83 == 23,84 == 23,85 == 23,84 == 23,83 == 23,83
iy=4 == 23,83 == 23,83 == 23,83 == 23,84 == 23,83 == 23,83 == 23,83
iy=5 == 23,82 == 23,82 == 23,83 == 23,83 == 23,83 == 23,82 == 23,82
iy=6 == 23,82 == 23,82 == 23,83 == 23,83 == 23,83 == 23,82 == 23,82
ix=2

$iy=0 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80$
 $iy=1 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80$
 $iy=2 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80$
 $iy=3 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80$
 $iy=4 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80$
 $iy=5 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80$
 $iy=6 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80 == 18,80$
 $ix=3$
 $iy=0 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61$
 $iy=1 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61$
 $iy=2 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61$
 $iy=3 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61$
 $iy=4 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61$
 $iy=5 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61$
 $iy=6 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61 == 14,61$
 $ix=4$
 $iy=0 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24$
 $iy=1 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24$
 $iy=2 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24$
 $iy=3 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24$
 $iy=4 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24$
 $iy=5 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24$
 $iy=6 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24 == 11,24$
 $ix=5$

2.4 Екінші бөлім бойынша тұжырым

Көлденең қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін зерттеу үшін айырымдық схемасы жасалды және есепті шешудің алгоритмдері ұсынылды. Айырымдық схемасы үшін оның тұрақтылығын қамтамасыз ететін параметрлер таңдалады.

Сандық есептеулердің нәтижелері максимум принципіне сәйкес келеді (1 теорема) және эксперименттік мәліметтерге қайшы келмейді. Сонымен қатар, нәтижелер мәтіндік файлдарға шығарылады және сәйкес бағдарлама жазылған MatLab жүйесін қолдана отырып, температура динамикасының бір өлшемді және екі өлшемді кескіндерді тұрғызуды қамтамасыз етеді.

3 РУНГЕ-КУТТА ӘДІСІМЕН ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІҢ ТЕНДЕУІН ШЕШУ

3.1. Қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келтіру арқылы жылу өткізгіштік теңдеуін шешу әдістеріне шолу

Негізгі идея дербес туындылы теңдеуді шешуден қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесіне көшу. Бұл жағдайда $T(x, y, z, t)$ шешімі тек x, y, z кеңістіктік координаталар осьтері бойынша біркелкі таралған құрылымның жекелеген нүктелерінде ғана табылады.

Тасымалдау және жылу өткізгіштік теңдеулері бойынша ішінара дифференциалдық теңдеулерге сәйкес келетін бастапқы-шектік есептерді жуықтап шешу үшін Рунге-Кутта әдістерін жалпылау идеясы сыналды. Математикалық физиканың әртүрлі есептері үшін жоғары дәлдіктің жаңа сұлбалары алынды [76,77].

Дербес дифференциалдық теңдеулерге сәйкес келетін бастапқы-шеткі есептерді шамамен шешу үшін Рунге–Кутта әдістерін жалпылау идеясы тасымалдау және жылу өткізгіштік теңдеулерінде сыналған. Математикалық физиканың әртүрлі есептері үшін жоғары ретті дәлдіктегі жаңа схемалар алынды.

Зерттелетін схемалар жалпыланған Рунге-Кутта әдістері ең болмағанда дербес дифференциалдық теңдеулермен бастапқы-шектік есептер үшін жоғары дәлдіктегі тұрақты схемаларды құруға мүмкіндік беретінін көрсетеді.

Жылуөткізгіштік теңдеуін Рунге-Кутта әдісімен шешу алгоритмін қарастырайық.

1. Қажетті дәлдік негізінде біз x, y, z кеңістіктік координаталарын бөлу арқылы дискреттеу қадамын тандаймыз. Сәйкес x, y, z осьтерінің бойындағы нүктелер санын nx, ny, nz деп белгілейік.

2. $nxyz$ өлшемді p векторын және $nxyz \times nxyz$ өлшемді A матрицасын енгізейік, мұндағы $nxyz = nx \times ny \times nz$. A матрицасының элементтері бастапқы жылу теңдеуінің дискретизациясы негізінде есептеледі.

3. Алдыңғы қадамдарды орындау нәтижесінде қарапайым теңдеулер жүйесі алынды

$$\frac{dp}{dt} = Ap, \quad t \in [t_0, t_1]$$
$$p(t_0) = p_0$$

4. Алынған сызықтық қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі, онда кеңістіктік координаттар бойынша енгізілген біркелкі тордың түйіндеріндегі $T(x, y, z, t)$ функциясының мәндері белгісіз, компьютерде сандық әдістерді қолдана отырып шешіледі [78,79].

Осыған ұқсас тәсілді көптеген зерттеушілер қарапайым дифференциалдық теңдеулердің шексіз немесе санау жүйелерін зерттеуде қолданды [80-82]. Мұндай жүйелерді зерттеуде қазақ ғалымдарының ішінен Жәутіков О.А., Персидский К.П., Джумабаев Д.С. еңбектері белгілі [83-86].

Жалпыланған Рунге-Кутта әдістері бірінші және екінші ретті теңдеулер гиперболалық жүйелерімен сипатталатын деформацияланатын қатты дене, сұйық және газ механикасының динамикалық есептерін интеграциялауда кеңінен қолданыла алады.

3.2 Рунге-Кутта әдісімен шешу

Енді Рунге-Кутта әдісімен сандық шешім ұсынылады, яғни жылу өткізгіштік теңдеуі қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесімен аппроксимацияланады.

D облысын сәйкесінше x, y және z осьтері бойынша Δx , Δy және Δz қадамдарымен біркелкі тормен жабамыз. (1.3.2) теңдеудің келесі айырымдық аппроксимациясын жазамыз

$$\begin{aligned} & \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\Delta t} = \\ & = a^2 \left(\frac{T_{i+1,j,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1}^n - 2T_{i,j,k}^n + T_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \right), \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Мұндағы Δt – уақыт бойынша қадам, индекс n – уақыт қадамы, Δx – Oх осі бойымен қадам, Δy – Oу осі бойымен қадам, Δz – Oz осі бойымен қадам, i, j, k индекстері – сәйкесінше x, y және z координаттары бойынша. (3.2.1) өрнегінде барлық қосындылар n-ші уақытша қадам үшін және тек біреуі (n+1)-ші үшін жазылады.

Бастапқы шарттар (1.3.3) мына түрге ие:

$$T_{1,j,k}(t_0) = q_{i,j,k},$$

$$i = \overline{1, nx}, \quad j = \overline{1, ny}, \quad k = \overline{1, nz}.$$

(1.3.4) шекара шарттарын келесідей жазылады:

$$\begin{aligned} & \frac{dT_{1,j,k}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{nx,j,k}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{i,1,k}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{i,ny,k}}{dt} = 0, \\ & \frac{dT_{i,j,1}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{i,j,nz}}{dt} = 0, \quad i = \overline{1, nx}, \quad j = \overline{1, ny}, \quad k = \overline{1, nz}. \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

$nxyz$ өлшемді x векторын және $nxyz * nxyz$ өлшемді A матрицасын енгіземіз. X векторының элементтерін келесі түрде анықтаймыз:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= T_{i,j,k}(t), \quad p = (i - 1) * ny * nz + (j - 1) * nz + nz \\ & i = \overline{1, nx}, \quad j = \overline{1, ny}, \quad k = \overline{1, nz}. \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

A матрицасының элементтері (3.2.1) теңдеуінің коэффициенттері және сәйкес осьтер бойымен берілген Δx , Δy , Δz қадамдары арқылы анықталады.

Содан кейін бастапқы есеп (1.3.1)-(1.3.3) сызықтық қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін келесі Коши есебіне келтіреді:

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (3.2.4)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (3.2.5)$$

Келесі итерациялық шешім алгоритмі ұсынылады:

1. Бастапқы мәселе бойынша (3.2.1) - (3.2.3) А матрицасы құрылады
2. (1.4) бастақы шарттар бойынша x_0 векторы есептеледі.
3. Рунге-Кутта әдісінің негізінде Коши (3.2.4)-(3.2.5) есебі шешіледі [87].
4. Алынған шешім MatLab бағдарламалық құралының көмегімен келсі Result.txt және GrafX.txt файлдары арқылы шығарылады.

3.3 Есептің сандық шешімі

Сырықтың бойымен температураның таралуын табуға арналған бағдарлама жасалды, ол сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлдарға орналастырады. Динамикадағы сандық есептеулердің нәтижелері (уақыт бойынша) бір өлшемді және екі өлшемді графиктер түрінде көрсетіледі. Есептеулер келесі бастапқы деректермен жүргізілді:

$$\begin{aligned} l_1 &= 1.0; \quad l_2 = 10.0; \quad \Delta t = 0.01; \\ n_x &= 10; \quad n_y = 6; \quad n_z = 6; \\ \Delta x &= l_2/n_x, \quad \Delta y = l_1/n_y, \quad \Delta z = l_1/n_z; \\ q &= 200; \quad \rho = 7.870; \quad c = 0.13; \quad k = 0.177; \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Коши есебінің (3.2.4) – (3.2.5) сандық шешімін орындаудың әзірленген бағдарламасы есептеулер нәтижесінде А матрицасын алдын ала құрастырады, ол төменде $n_x=5$; $n_y=4$; $n_z=3$ жағдайы үшін ұсынылған. А матрицасының өлшемі:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{15} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{25} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{51} & A_{52} & \dots & A_{55} \end{pmatrix},$$

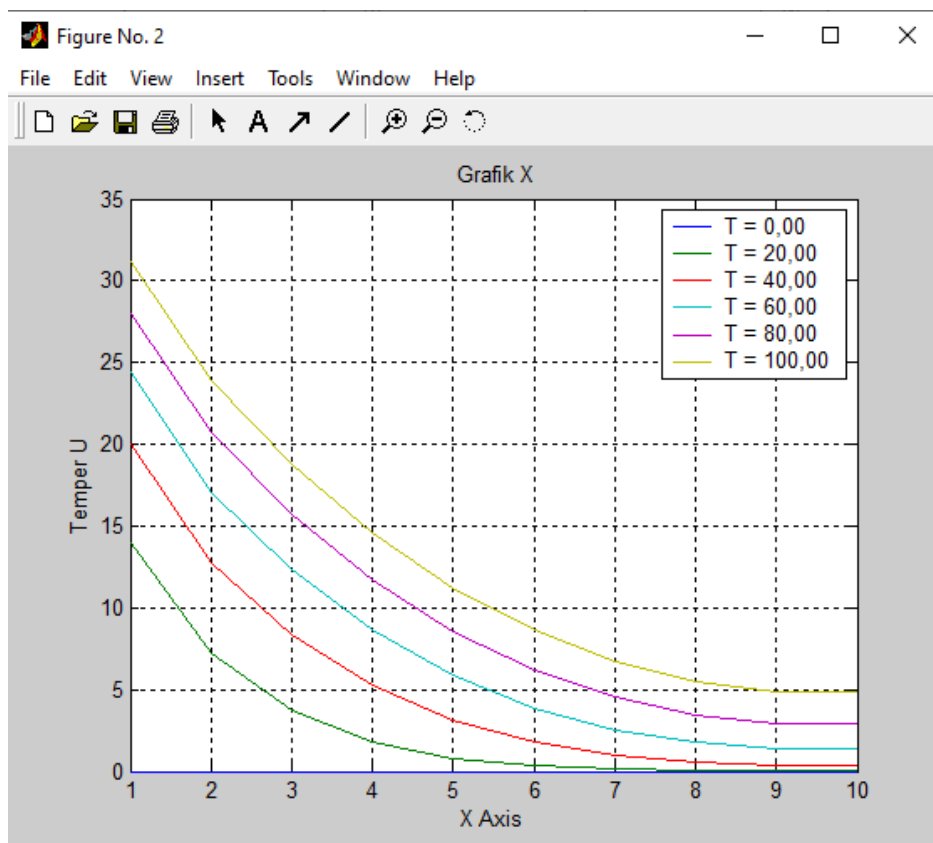
мұндағы A_{ij} – 60*60- матрица, $i, j = 1, 2, \dots, 60$.

3.1-суретте A_{33} ішкі матрицасының элементтері ұсынылған.

0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 2,77; 0,00; 1,56; -10,81; 1,56; 0,00; 2,77; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 2,77; 0,00; 1,56; -10,81; 1,56; 0,00; 2,77; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;
 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00; 0,00;

Сурет 3.1 – А матрицасының түрі.

3.2-суреттен көріп тұрғандай, сырықтың центрі бойынша температура 100 секундта 0-ден 5 градусқа дейін көтеріледі және визуалды түрде 2.2-суреттен ерекшеленбейді.



Сурет 3.2 – X бағытымен басынан бір қадам шегініспен сырықтың центрі бойымен температураның таралу графигі

Эксперименттік есептеулердің нәтижелері 2.1-2.6 суреттерде графикалық түрде берілген екінші бөлімнің нәтижелерімен сәйкес келеді. Сондықтан, қалған суреттер қайталанбайды.

Төменде Рунге-Кутта әдісімен жылу өткізгіштік тендеуін шешу алгоритмінің сандық нәтижелері келтірілген.

$$n_x = 5 \quad n_y = 4 \quad n_z = 3$$

$$L_1 = 2,00 \quad L_2 = 1,00 \quad \tau_{ay} = 0,01000$$

$$c_k = 0,130 \quad \rho = 7,870$$

$$k_{tepl} = 0,17700 \quad k_{tepo} = 1,00000$$

$$T_0 = 200,00 \quad T_1 = 0,00$$

$$n_{xp} = 3 \quad n_{yp} = 3 \quad n_{zp} = 2 \quad n_{max} = 60 \quad k_3 = 2 \quad k_{it} = 10$$

$$\text{начальная настройка } h_x = 0,40 \quad h_y = 0,25 \quad h_z = 0,33 \quad \tau_{ay} = 0,01000$$

$$k_{xyz}, k_x, k_y, k_z, == 5,4064 == 1,0813 == 2,7681 == 1,5570$$

Решение $T_n=1$

1 = 1,0000; 2 = 0,5000; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,2000; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,1250; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0625; 17 = 0,0602; 18 = 0,0556;
19 = 0,0526; 20 = 0,0507; 21 = 0,0476; 22 = 0,0455; 23 = 0,0435; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0357; 29 = 0,0347; 30 = 0,0333;
31 = 0,0323; 32 = 0,0314; 33 = 0,0303; 34 = 0,0294; 35 = 0,0286; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0250; 41 = 0,0244; 42 = 0,0238;
43 = 0,0233; 44 = 0,0228; 45 = 0,0222; 46 = 0,0217; 47 = 0,0213; 48 = 0,0208;
49 = 0,0204; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0189; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0179; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0167;

Решение $T_n=2$

1 = 0,0507; 2 = 0,0507; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0602; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0507; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,5000; 17 = 0,0653; 18 = 0,5000;
19 = 0,0602; 20 = 0,0508; 21 = 0,0602; 22 = 0,0455; 23 = 0,0507; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0502; 30 = 0,0714;
31 = 0,0507; 32 = 0,0332; 33 = 0,0507; 34 = 0,0294; 35 = 0,0507; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0314; 42 = 0,0385;
43 = 0,0507; 44 = 0,0242; 45 = 0,0507; 46 = 0,0217; 47 = 0,0314; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0244; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0228; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0228;

Решение $T_n=3$

1 = 0,0508; 2 = 0,0508; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0653; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0508; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0507; 17 = 0,0515; 18 = 0,0507;
19 = 0,0653; 20 = 0,0510; 21 = 0,0653; 22 = 0,0455; 23 = 0,0508; 24 = 0,0417;

25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0504; 30 = 0,0714;
31 = 0,0508; 32 = 0,0348; 33 = 0,0508; 34 = 0,0294; 35 = 0,0508; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0331; 42 = 0,0385;
43 = 0,0508; 44 = 0,0256; 45 = 0,0508; 46 = 0,0217; 47 = 0,0332; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0314; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0242; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0242;

Решение $T = 0,0200$

1 = 0,0510; 2 = 0,0510; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0515; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0510; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0508; 17 = 0,0510; 18 = 0,0508;
19 = 0,0515; 20 = 0,0510; 21 = 0,0515; 22 = 0,0455; 23 = 0,0510; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0510; 30 = 0,0714;
31 = 0,0510; 32 = 0,0348; 33 = 0,0510; 34 = 0,0294; 35 = 0,0510; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0348; 42 = 0,0385;
43 = 0,0510; 44 = 0,0256; 45 = 0,0510; 46 = 0,0217; 47 = 0,0348; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0331; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0256; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0256;

Решение $T_n=4$

1 = 0,0510; 2 = 0,0510; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0515; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0510; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0508; 17 = 0,0516; 18 = 0,0508;
19 = 0,0515; 20 = 0,0509; 21 = 0,0515; 22 = 0,0455; 23 = 0,0510; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0507; 30 = 0,0714;
31 = 0,0510; 32 = 0,0363; 33 = 0,0510; 34 = 0,0294; 35 = 0,0510; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0346; 42 = 0,0385;
43 = 0,0510; 44 = 0,0270; 45 = 0,0510; 46 = 0,0217; 47 = 0,0348; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0331; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0256; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0256;

Решение $T = 0,0400$

1 = 0,0507; 2 = 0,0507; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0514; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0507; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0509; 17 = 0,0507; 18 = 0,0509;
19 = 0,0514; 20 = 0,0507; 21 = 0,0514; 22 = 0,0455; 23 = 0,0507; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0507; 30 = 0,0714;
31 = 0,0507; 32 = 0,0376; 33 = 0,0507; 34 = 0,0294; 35 = 0,0507; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0376; 42 = 0,0385;
43 = 0,0507; 44 = 0,0284; 45 = 0,0507; 46 = 0,0217; 47 = 0,0376; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0359; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0284; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0284;

Решение $T = 0,0600$

1 = 0,0505; 2 = 0,0505; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0512; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0505; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0506; 17 = 0,0505; 18 = 0,0506;
19 = 0,0512; 20 = 0,0505; 21 = 0,0512; 22 = 0,0455; 23 = 0,0505; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0505; 30 = 0,0714;
31 = 0,0505; 32 = 0,0398; 33 = 0,0505; 34 = 0,0294; 35 = 0,0505; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0398; 42 = 0,0385;
43 = 0,0505; 44 = 0,0309; 45 = 0,0505; 46 = 0,0217; 47 = 0,0398; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0383; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0309; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0309;

Решение T = 0,0800

1 = 0,0503; 2 = 0,0503; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0510; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0503; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0504; 17 = 0,0503; 18 = 0,0504;
19 = 0,0510; 20 = 0,0503; 21 = 0,0510; 22 = 0,0455; 23 = 0,0503; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0503; 30 = 0,0714;
31 = 0,0503; 32 = 0,0416; 33 = 0,0503; 34 = 0,0294; 35 = 0,0503; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0416; 42 = 0,0385;
43 = 0,0503; 44 = 0,0333; 45 = 0,0503; 46 = 0,0217; 47 = 0,0416; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0401; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0333; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0333;

Решение T = 0,1000

1 = 0,0502; 2 = 0,0502; 3 = 0,3333; 4 = 0,2500; 5 = 0,0509; 6 = 0,1667; 7 = 200,0000;
8 = 0,0502; 9 = 0,1111; 10 = 0,1000; 11 = 0,0909; 12 = 0,0833;
13 = 0,0769; 14 = 0,0714; 15 = 0,0667; 16 = 0,0503; 17 = 0,0502; 18 = 0,0503;
19 = 0,0509; 20 = 0,0502; 21 = 0,0509; 22 = 0,0455; 23 = 0,0502; 24 = 0,0417;
25 = 0,0400; 26 = 0,0385; 27 = 0,0370; 28 = 0,0714; 29 = 0,0502; 30 = 0,0714;
31 = 0,0502; 32 = 0,0430; 33 = 0,0502; 34 = 0,0294; 35 = 0,0502; 36 = 0,0278;
37 = 0,0270; 38 = 0,0263; 39 = 0,0256; 40 = 0,0385; 41 = 0,0430; 42 = 0,0385;
43 = 0,0502; 44 = 0,0354; 45 = 0,0502; 46 = 0,0217; 47 = 0,0430; 48 = 0,0208;
49 = 0,0263; 50 = 0,0200; 51 = 0,0196; 52 = 0,0192; 53 = 0,0416; 54 = 0,0185;
55 = 0,0182; 56 = 0,0354; 57 = 0,0175; 58 = 0,0172; 59 = 0,0169; 60 = 0,0354;

3.4 Үшінші бөлім бойынша тұжырым

Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін зерттеу үшін бастапқы есепті қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келтіруге негізделген алгоритм ұсынылады. Мәселені сандық шешу үшін есептеу нәтижелері мәтіндік файлдарға шығарылатын және MatLab жүйесін қолдана отырып, температура динамикасының бір өлшемді және екі өлшемді кескіндерін құруды қамтамасыз ететін бағдарлама жасалды, ол үшін тиісті бағдарлама жазылды.

4. ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІН ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ӘДІСІМЕН ШЕШУ

4.1 Интегралдық теңдеулер бойынша шолу

Егер белгісіз $y(t)$ функциясы сызықтық болса, интегралдық теңдеу сызықтық деп аталады

$$y(t) = f(t) + \mu \int_a^b K(t, \tau) y(\tau) d\tau, \quad (4.1.1)$$

мұндағы $f(t)$, $K(t, \tau)$ – белгілі функциялар, μ – параметр. $K(t, \tau)$, $a \leq t, \tau \leq b$ – интегралдық теңдеудің ядросы $f(t)$, $a \leq t \leq b$ – бос мүше [86].

(4.1.1) түріндегі теңдеу екінші текті Фредгольм теңдеуі деп аталады. 2-ші текті Фредгольм теңдеулерінде: 1) ядро мен бос мүше үзіліссіз немесе 2) шарттарды қанағаттандырады деп ұйғарылады.

$$\int_a^b \int_a^b |K(t, \tau)|^2 d\tau dt < +\infty, \quad (4.1.2)$$

$$\int_a^b |f(t)|^2 dt < +\infty. \quad (4.1.3)$$

(4.1.2) шарттарды қанағаттандыратын ядролар Фредгольм деп аталады.

1-ші түрдегі Фредгольм теңдеуі интегралдан тыс белгісіз функцияны қамтитын мүшенің болмауымен сипатталады [89]:

$$\int_a^b K(t, \tau) y(\tau) d\tau = f(t). \quad (4.1.4)$$

2-ші текті сызықты Вольтерра интегралдық теңдеуі

$$y(t) = f(t) + \mu \int_a^t K(t, \tau) y(\tau) d\tau$$

түрдегі теңдеу болып табылады.

1-ші текті сызықты Вольтерра интегралдық теңдеуі

$$\int_a^t K(t, \tau) y(\tau) d\tau = f(t) \quad (4.1.5)$$

түрдегі теңдеу болып табылады.

Сызықтық емес интегралдық теңдеулер алуан түрлі болады. Осыған байланысты біз олардың кейбірін көрсетеміз:

1) Урысон теңдеуі

$$y(t) = \int_a^b K(t, \tau, y(\tau)) d\tau, \quad (4.1.6)$$

мұндағы $K(t, \tau, y(\tau))$ функциясы әдетте $a \leq t, \tau \leq b$, $-M \leq y(t) \leq M$ үшін үзіліссіз деп ұйғарылады, $M > 0$ – жеткілікті үлкен тұрақты [88].

2) Гаммерштейн теңдеуі (Урысон теңдеуінің ерекше жағдайы)

$$y(t) = \int_a^b K(t, \tau) F(\tau, y(\tau)) d\tau, \quad (4.1.7)$$

мұндағы $K(t, \tau)$ – Фредгольмдік ядро.

3) Сызықтық емес Вольтерра интегралдық теңдеуі

$$y(t) = \int_a^t F(t, \tau, y(\tau)) d\tau, \quad (4.1.8)$$

мұндағы функция $F(t, \tau, y(\tau))$ - $a \leq t, \tau \leq b$, $-M \leq y(t) \leq M$ облысында t, τ, y аргументтер жиынтығы бойынша үзіліссіз.

Қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебі (4.1.8) түріндегі интегралдық теңдеулерге әкеледі.

$$\frac{dx}{dt} = F(t, x(t)), \quad t \in [a, b] \quad (4.1.9)$$

$$x(a) = x_0 \quad (4.1.10)$$

3 теорема (4.1.8) интегралдық теңдеудің шешімі (4.1.9)-(4.1.10) Коши есебінің шешіміне тең.

Дәлелдеуі. $x = x(t)$ теңдеудің шешімі (4.1.9) болсын және (4.1.10) шартты қанағаттандырады. Біз бұл шешімді (4.9) орнына қоямыз, оны интегралдап алатынымыз

$$x(t) = x_0 + \int_a^t F(t, \tau) x(\tau) d\tau,$$

яғни $x(t)$ – (4.1.8) интегралдық теңдеудің шешімі.

Керісінше, (4.1.8) интегралдық теңдеудің шешімі – $x(t)$ болсын.

Оны (4.1.8) орнына қою соңғысын t -дағы тепе-теңдікке айналдырады. Бұл тепе-теңдікті дифференциалдай отырып, алатынымыз

$$\frac{dx}{dt} \equiv F(t, x(t)), \quad t \in [a, b]$$

яғни $x(t)$ – бастапқы шартты (4.1.10) қанағаттандыратын қарапайым дифференциалдық теңдеудің (4.1.9) шешімі [90-92].

[93-94] еңбектерде математикалық физиканың кейбір есептерінің шешімдері сызықтық интегралдық теңдеулерді шешуге келтірілетіні көрсетілген.

4.2 Интегралдық теңдеулер әдісімен шешу

Осыған байланысты интегралдық теңдеулер әдісімен сандық шешім ұсынылады. Жылу өткізгіштік теңдеуі қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесімен аппроксимацияланады, содан кейін интегралдық теңдеулер жүйесіне келтіріледі.

(1.3.2) теңдеудің келесі айырымдық-дифференциалдық аппроксимациясын жазамыз:

$$\frac{dT_{i,j,k}}{dt} = a^2 \left(\frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} \right), \quad (4.2.1)$$

$$t \in [t_0, t_1], \quad i = \overline{2, nx-1}, \quad j = \overline{2, ny-1}, \quad k = \overline{2, nz-1},$$

$$\Delta x = \frac{l_1}{nx}, \quad \Delta y = \frac{l_1}{ny}, \quad \Delta z = \frac{l_2}{nz}, \quad nxyz = nx \times ny \times nz.$$

Мұндағы Δx – қадам және nx – Ox ось бойындағы бөлу нүктелерінің саны, Δy – қадам және ny – Oy бойындағы бөлу нүктелерінің саны, Δz – қадам және nz – Oz бойындағы бөлу нүктелерінің саны, i, j, k индекстер – тиісінше x, y және z координаталары бойынша.

Бастапқы шарттар (1.3.3) мына түрге ие:

$$T_{i,j,k}(t_0) = q_{i,j,k},$$

$$i = \overline{1, nx}, \quad j = \overline{1, ny}, \quad k = \overline{1, nz}. \quad (4.2.2)$$

(1.3.4) шекара шарттарын келесідей дифференциалдық теңдеулерге аппроксимациялаймыз

$$\frac{dT_{1,j,k}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{nx,j,k}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{i,1,k}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{i,ny,k}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{i,j,1}}{dt} = 0, \quad \frac{dT_{i,j,nz}}{dt} = 0, \quad (4.2.3)$$

$$i = \overline{1, nx}, \quad j = \overline{1, ny}, \quad k = \overline{1, nz}.$$

$nxyz$ өлшемді x векторын және $nxyz * nxyz$ өлшемді A матрицасын енгіземіз. x векторының элементтерін келесі түрде анықтаймыз:

$$x_p(t) = T_{i,j,k}(t), p = (i-1) * ny * nz + (j-1) * nz + nz \quad (4.2.4)$$

$$i = \overline{1, nx}, \quad j = \overline{1, ny}, \quad k = \overline{1, nz}.$$

A матрицасының элементтері (1.3.1) теңдеуінің коэффициенттері және сәйкес осьтер бойымен берілген $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ қадамдары арқылы анықталады.

Содан кейін бастапқы есеп (1.3.2)-(1.3.4) сызықтық қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін келесі Коши есебіне келтіреді

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \quad x(t_0) = x_0, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (4.2.5)$$

Дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін (4.2.5) Коши теоремасының шарттары орындалғандықтан, кез-келген бастапқы x_0 күйлер үшін $x(t) \in C^1[t_0, t_1]$ жалғыз шешімі бар

(4.2.5) теңдеуінің шешімін мына түрде ұсынуға болады

$$x(t) = x(0) + \int_0^T Ax(\tau) d\tau \quad (4.2.6)$$

$$t \in [t_0, t_1].$$

(4.2.6) теңдеу – екінші ретті Вольтерра интегралдық теңдеуінің ерекше жағдайы [91]

$$y(t) = f(t) + \mu \int_0^t K(t, \tau)y(\tau) d\tau, \quad (4.2.7)$$

мұндағы

$$y(t) = x(t); \quad f(t) = x(0); \quad K(t, \tau) = A; \quad \mu = 1 \quad (4.2.8)$$

1 теорема. (4.2.6) теңдеу кез-келген бастапқы x_0 күйіндегі жалғыз үзіліссіз шешімге ие. Бұл шешімді

$$x(t) = \left(E + At + \frac{1}{2}A^2 * t^2 \dots + \frac{1}{k!}A^k * t^k + \dots \right) * f(t)$$

формуласы бойынша табуға болады.

Дәлелдеуі. А матрицасы және бастапқы шарттар векторы X_0 матрицасы тұрақты болғандықтан, 7.1 теоремасының барлық шарттары орындалады [88].

(4.2.6) теңдеу үшін Вольтерр операторын келесіден белгілейміз

$$Qy = \int_0^t K(t, \tau)y(\tau) d\tau.$$

Вольтерр операторының қайталанатын ядросын анықтаймыз:

$$Q^n y = \int_0^t K_n(t, \tau)y(\tau) d\tau,$$

$$K_n(t, s) = \int_s^t K(t, \tau)K_{n-1}(\tau, s) d\tau,$$

$$R(t, s) = \sum_{n=1}^{\infty} K_n(\tau, s).$$

$M = \sup_{0 \leq t, s \leq T} |K(t, s)| \leq \|A\|$ болсын. Содан кейін қайталанатын ядролар

үшін дұрыс

$$|K_n(t, s)| \leq \frac{M^{n*(t-s)^n}{(n-1)!}.$$

Содан кейін (4.2.6) теңдеуінің шешімі келесідей болады

$$y(t) = f(t) + \int_0^t R(t, \tau) f(\tau) d\tau \quad (4.2.9)$$

(4.2.9) -де $y(\tau)$ орнына $x(\tau)$ қоямыз.

Осыдан тәуелсіздік күшіне байланысты A матрицасын *уақыттан аламыз*

$$x(t) = \left(E + At + \frac{1}{2} A^2 t^2 \dots + \frac{1}{k!} A^k t^k + \dots \right) * f(t) \quad (4.2.10)$$

Осыдан теорема тұжырымының дұрыстығы шығады

Жеткілікті үлкен k мәні үшін $\frac{1}{k!} \|A^k t^k\|$ кіші болады және (4.2.10) түрінде қайта жазуға болады

$$x(t) = \left(E + \sum_{k=1}^r \frac{1}{k!} A^k t^k \right) * f(t), \quad (4.2.11)$$

$t \in [0, T]$.

2 теорема. Кез келген $\varepsilon \geq 0$ үшін r нөмірі бар, сондықтан барлық $k > r$ үшін $\frac{1}{k!} \|A^k T^k\| \leq \varepsilon$ дұрыс.

Дәлелдеуі. $\gamma = \|A\|T$, $\gamma_k = \frac{1}{k!} \gamma^k$ белгілеуді енгіземіз. $1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k}{k!}$ қатарын қарастырамыз. $\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\gamma_{k+1}}{\gamma_k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\gamma}{k+1} = 0$ есептейміз.

Демек $\rho \leq 1$, құрылған қатар жинақты. Кез келген $\varepsilon \geq 0$ үшін r нөмірі бар, сондықтан барлық $k > r$ ақиқат $\frac{\gamma_{k+1}}{\gamma_k} \leq \rho + \varepsilon$.

Сонда $\frac{\gamma}{r+1} \leq \varepsilon$ және $r = \left\lfloor \frac{\gamma}{\varepsilon} \right\rfloor$. (Бөлудің бүтін бөлігі). Бұл теореманы бекітудің дұрыстығын білдіреді.

Келесі итерациялық шешім алгоритмі ұсынылады:

1. Бастапқы мәселе бойынша (4.2.1) - (4.2.3) A матрицасы құрылады
2. (4.2.2) бастақы шарттар бойынша x_0 векторы есептеледі.
3. (4.2.5) теңдеуді интегралдық түрге (4.2.6) және 1-2 теоремаларына келтіру негізінде Коши (4.2.5) есебі шешілді
4. Алынған шешім MatLab бағдарламалық құралының көмегімен келсі Result.txt және GrafX.txt файлдары арқылы шығарылады [77].

4.3 Есептің сандық шешімі

Сырықтың бойымен температураның таралуын табуға арналған бағдарламасы жасалды, ол сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлдарға орналастырады. Динамикадағы сандық есептеулердің нәтижелері (уақыт бойынша) бір өлшемді және екі өлшемді графиктер түрінде көрсетіледі. Есептеулер келесі бастапқы деректермен жүргізілді:

$$l_1 = 1.0; l_2 = 10.0; \Delta t = 0.01;$$

$$nx = 10; ny = 6; nz = 6;$$

$$\Delta x = l_2/n_x, \Delta y = l_1/n_y, \Delta z = l_1/n_z;$$
$$q = 200; \rho = 7.870; c = 0.13; k = 0.177;$$

Эксперименттік есептеулердің нәтижелері 2.1-2.6 суреттерде графикалық түрде ұсынылған екінші бөлімнің нәтижелерімен сәйкес келеді. Сондықтан ол қосымшалар қайталанбайды.

4.4 Төртінші бөлім бойынша тұжырым

Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін зерттеу үшін бастапқы есепті интегралдық теңдеулер жүйесіне келтіруге негізделген алгоритм ұсынылған. Мәселені сандық шешу үшін есептеу нәтижелері мәтіндік файлдарға шығарылатын және MatLab жүйесін қолдана отырып, температура динамикасының бір өлшемді және екі өлшемді кескіндерінің құруды қамтамасыз ететін бағдарлама жасалды, ол үшін тиісті бағдарлама жазылған.

5 ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІҢ КЕРІ ЕСЕБІН ШЕШУ

5.1 Дербес туындылы теңдеулермен сипатталған жүйелерді басқару мәселесіне шолу

Біртекті сырықтағы жылу көздері болмаған жағдайда жылудың таралуы келесі үш өлшемді жылу өткізгіштік теңдеуімен сипатталады

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (5.1.1)$$

$0 \leq t \leq t_1$ – сырықтың жылу өткізгіштік процесі зерттелетін уақыт аралығы. x, y, z – кеңістіктік айнымалылар $0 \leq y, z \leq l_1, 0 \leq x \leq l_2$,

$x_{ц}, y_{ц}, z_{ц}$ – сырықтың центрі: $x_{ц} = l_2/2, y_{ц} = l_1/2, z_{ц} = l_1/2$;

l_1 – сырықтың көлденең қимасының биіктігі мен ені;

l_2 – сырықтың ұзындығы.

D – параллелепипед $\{0 \leq y, z \leq l_1, 0 \leq x \leq l_2\}$, Γ – D шекарасы,

$Q = \{x, y, z, t | (x, y, z) \in D, t \in [t_0, t_1]\}$.

Сырықтың сол жақ шеті координаттардың басымен сәйкес келеді және жылу алмасу коэффициенті сырықтың бүкіл бетінде тұрақты болып саналады. Сондай-ақ, сырық нүктелік температураға және беттік жылу алмасуға ұшырайды деп болжанады.

Жылу өткізгіштік теңдеуінің жалғыз шешімін оқшаулау үшін (5.1.1) теңдеуге бастапқы және шекаралық шарттар қосылуы керек.

Шекаралық шарттарды келесідей орнатамыз

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = 0, \quad T(x_{ц}, y_{ц}, z_{ц}, 0) = u. \quad (5.1.2)$$

Жылу өткізгіштіктің дифференциалдық теңдеуі бастапқы және шекаралық шарттармен бірге есепті толығымен анықтайды, яғни дененің геометриялық пішінін, бастапқы және шекаралық шарттарды біле отырып, дифференциалдық теңдеуді соңына дейін шешуге болады демек, денедегі температура өрісі, $T(x, y, z, t)$ – кез-келген t уақытындағы температураның таралу функциясы.

$T(x, y, z, t)$ функциясы (5.1.1) дифференциалдық теңдеуді, сондай-ақ бастапқы және шекаралық шарттарды (5.1.2) берілген бастапқы u әсермен қанағаттандыруы керек. Бұл тура есеп деп аталады.

Іс жүзінде көбінесе кері есепті (басқару мәселесін) шешу қажет: (x, y, z, t) шешімі дифференциалдық теңдеуді (5.1.1), бастапқы және шекаралық шарттарды (5.1.2) қанағаттандыратын және t_1 берілген сәтте оң жақта шарт орындалатын u басқаруын табу

$$T(x_{ц}, y_{ц}, z_{ц}, t_1) = q \quad (5.1.3)$$

5.2 Сырық температурасының басқару мәселесін шешу

D аймағын сәйкесінше x , y және z осьтері бойынша Δx , Δy және Δz қадамдарымен біркелкі тормен жабамыз. Теңдеудің келесі айырымдық-дифференциалдық аппроксимациясын жазайық (5.2.1)

$$\frac{dT_{i,j,k}}{dt} = a^2 \left(\frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} \right), \quad (5.2.1)$$

$$t \in [0, t_1], i = \overline{2, nx-1}, j = \overline{2, ny-1}, k = \overline{2, nz-1},$$

$$\Delta x = l_1/nx, \quad \Delta y = l_1/ny, \quad \Delta z = l_2/nz, \quad nxyz = nx * ny * nz.$$

Мұндағы Δx – қадам және nx – Ox осі бойындағы бөлу нүктелерінің саны, Δy – қадам және ny – Oy осі бойындағы бөлу нүктелерінің саны, Δz – қадам және nz – Oz осінің бойындағы бөлу нүктелерінің саны. i, j, k индекстері сәйкесінше x, y және z координаталарында болады [95].

Бастапқы шарттар (5.1.2) түрді қабылдайды

$$\begin{aligned} T_{1,ny_{\square},nz_{\square}}(0) &= u, \\ nx_{\square} &= [nx/2], ny_{\square} = [ny/2], nz_{\square} = [nz/2] \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

Берілген соңғы күй келесідей болады

$$T_{nx,ny_{\square},nz_{\square}}(t_1) = q \quad (5.2.3)$$

Шекаралық шарттар (5.1.3) келесі дифференциалдық теңдеулермен аппроксимациялаймыз

$$\begin{aligned} \frac{dT_{1,j,k}}{dt} = 0, \frac{dT_{nx,j,k}}{dt} = 0, \frac{dT_{i,1,k}}{dt} = 0, \frac{dT_{i,ny,k}}{dt} = 0, \frac{dT_{i,j,1}}{dt} = 0, \frac{dT_{i,j,nz}}{dt} = 0, \\ i = \overline{1, nx}, j = \overline{1, ny}, k = \overline{1, nz}. \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

$nxyz$ өлшемді g векторын және $nxyz * nxyz$ өлшемді A матрицасын енгіземіз.

g векторының элементтері келесідей анықталады:

$$\begin{aligned} g_p(t) &= T_{i,j,k}(t), p = (i-1) * ny * nz + (j-1) * nz + nz \\ i &= \overline{1, nx}, j = \overline{1, ny}, k = \overline{1, nz}. \end{aligned}$$

A матрицасының элементтері (5.2.1) теңдеуінің коэффициенттері және сәйкес осьтер бойымен берілген $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ қадамдары арқылы анықталады.

Содан кейін бастапқы есеп (5.1.2)-(5.2.1) сызықтық қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін келесі Коши есебіне келтіреді:

$$\frac{dg}{dt} = Ag, \quad g(t_0) = g_0, \quad t \in [0, t_1] \quad (5.2.5)$$

Коши теоремасының шарттары (5.8) дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін орындалатындықтан, кез келген бастапқы күйлер g_0 үшін $g(t) \in C^1[0, t_1]$ жалғыз шешімі бар.

(5.2.5) теңдеудің шешімін келесідей көрсетуге болады

$$g(t) = g(0) + \int_0^t Ag(\tau) d\tau \quad (5.2.6)$$

$t \in [0, t_1]$

(5.2.6) теңдеу – екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеуінің ерекше жағдайы [96-97]

$$y(t) = f(t) + \mu \int_0^t K(t, \tau) y(\tau) d\tau, \quad (5.2.7)$$

мұндағы

$$y(t) = g(t); \quad f(t) = g(0); \quad K(t, \tau) = A; \quad \mu = 1. \quad (5.2.8)$$

6 теорема (5.2.7) теңдеуінде кез-келген бастапқы g_0 күйлерінде жалғыз үзіліссіз шешім бар. Бұл шешімді формула бойынша табуға болады

$$y(t) = \left(E + At + \frac{1}{2} A^2 * t^2 \dots + \frac{1}{k!} A^k * t^k + \dots \right) * f(t) .$$

Дәлелдеуі. А матрицасы және g_0 бастапқы шарттарының векторы тұрақты болғандықтан, 7.1 теоремасының барлық шарттары орындалады [88].

(5.2.7) теңдеуін Вольтерра операторы арқылы белгілейміз

$$Qy = \int_0^t K(t, \tau) y(\tau) d\tau.$$

Вольтерр операторының қайталанатын ядросын анықтайық:

$$Q^n y = \int_0^t K_n(t, \tau) y(\tau) d\tau,$$

$$K_n(t, s) = \int_s^t K(t, \tau) K_{n-1}(\tau, s) d\tau,$$

$$R(t, s) = \sum_{n=1}^{\infty} K_n(t, s).$$

$M = \sup_{0 \leq t, s \leq T} |K(t, s)| \leq \|A\|$ болсын. Сонда қайталанатын ядролар үшін

бұл дұрыс

$$|K_n(t, s)| \leq \frac{M^n * (t-s)^n}{(n-1)!}.$$

Онда (5.2.7) теңдеуінің шешімі келесі түрде болады

$$y(t) = f(t) + \int_0^t R(t, \tau) f(\tau) d\tau \quad (5.2.9)$$

(5.2.9)-тегі $y(\tau)$ орнына $g(\tau)$ -да ауыстырамыз.

Осы жерден A матрицасының уақытқа тәуелсіздігінің арқасында біз аламыз

$$g(t) = \left(E + At + \frac{1}{2}A^2t^2 \dots + \frac{1}{k!}A^k t^k + \dots \right) * f(t) \quad (5.2.10)$$

Бұдан теореманы бекітудің дұрыстығын байқаймыз.

Жеткілікті үлкен k үшін, саны $\frac{1}{k!} \|A^k t^k\|$ кіші болады және (5.2.10) келесі түрде қайта жазылуы мүмкін.

$$g(t) = \left(E + \sum_{k=1}^r \frac{1}{k!} A^k t^k \right) * f(t), \quad (5.2.11)$$

$$t \in [0, t_1]$$

7 теорема. Кез-келген $\varepsilon \geq 0$ үшін r нөмірі бар, сондықтан барлық $k > r$ үшін $\frac{1}{k!} \|A^k t_1^k\| \leq \varepsilon$ дұрыс.

Дәлелдеуі. $\gamma = \|A\| t_1$, $\gamma_k = \frac{1}{k!} \gamma^k$ белгілеулер енгіземіз, $1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k}{k!}$ қатарды қарастырамыз. $\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\gamma_{k+1}}{\gamma_k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\gamma}{k+1} = 0$ есептейік. Сонымен $\rho \leq 1$, онда құрастырылған қатар жинақты болады. Кез-келген $\varepsilon \geq 0$ үшін r нөмірі бар, сондықтан барлық $k > r$ үшін $\frac{\gamma_{k+1}}{\gamma_k} \leq \rho + \varepsilon$ дұрыс.

Онда $\frac{\gamma}{r+1} \leq \varepsilon$ немесе $r = \left\lceil \frac{\gamma}{\varepsilon} \right\rceil$. (Бөлудің бүтін бөлігі). Бұл теореманы бекітудің дұрыстығын білдіреді.

Сырық қимасының центріне $(1, n_{\square}, n_{\square})$ сәйкес нүктенің индексін - p_{\square} деп белгілейік.

Содан кейін бастапқы шарт келесідей болады

$$g_{p_{\square}}(0) = u. \quad (5.2.12)$$

Берілген ақырғы күй (5.2.3) келесідей болады

$$g_{p_{\square}}(t_1) = q. \quad (5.2.13)$$

Белгілеу енгіземіз

$$C = \left(E + \sum_{k=1}^r \frac{1}{k!} A^k t_1^k \right) \quad (5.2.14)$$

Сонда (5.2.11) теңдеуді былай жазуға болады

$$g(t_1) = C * f(t_1) \quad (5.2.15).$$

(5.2.15) теңдеуін (5.2.12) және (5.2.13)-ке қойғанда алатынымыз

$$g_{p_{\square}}(0) = u,$$

$$g_{p_{\square}}(t_1) = q. \quad (5.2.16)$$

(5.2.16)-дан $f(t_1)$ мәнін q арқылы өрнектей аламыз:

$$f(t_1) = C^{-1}q.$$

$f(t) = g(0)$ болғандықтан $t \in [t_0, t_1]$, онда бірінші теңдеу (5.2.16) білдіреді

$$u = [C^{-1}q]_{p_u}. \quad (5.2.17)$$

8 теорема. Егер (5.2.14) формула бойынша анықталған C матрицасы қайтымды болатын $t_1 > 0$ болса, онда басқару (5.2.17) t_1 уақытында сырықтың соңғы орталық нүктесін берілген температураға дейін қыздыруды қамтамасыз етеді.

Дәлелдеуі. Алдыңғы талқылаулардан туындайды.

Келесі итерациялық шешім алгоритмі ұсынылады:

1. Қажетті t_1 уақыты және сырық шетіндегі температура q беріледі
2. Бастапқы есептің деректері бойынша (5.1.1)-(5.1.3) A және C матрицасы құрылады
3. C^{-1} кері матрица есептеледі
4. (5.2.17) формуласы t_1 уақытындағы сырықтың оң жақ шетіндегі температураға дейін қызуы үшін қажетті сырықтың сол жақ шетіндегі (басқару) уақыттың бастапқы сәтіндегі температураны есептейді.
5. Алынған шешім MatLab бағдарламалық құралының көмегімен кейіннен визуализациялау үшін Result.txt және GrafX.txt файлына шығарылады.

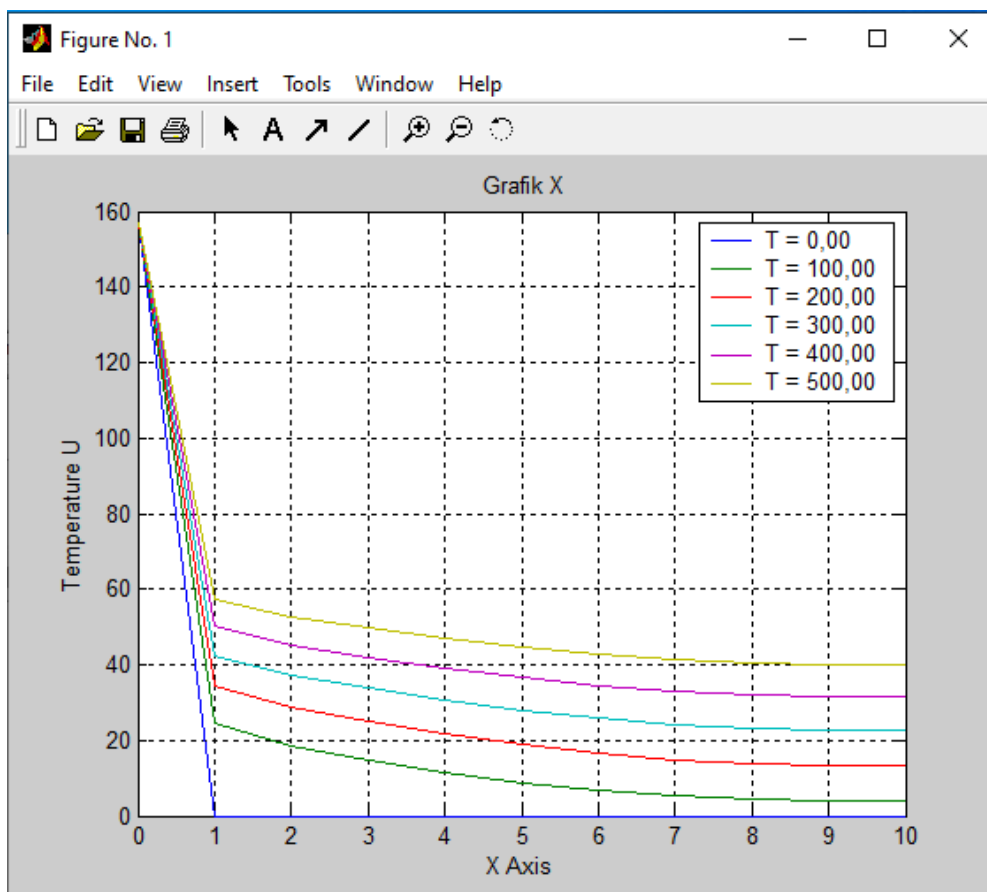
5.3 Нақты бастапқы деректері бар есептердің сандық шешімі

Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуіне кері есепті шешу (басқару) бағдарламасы сызықтық интегралдық теңдеулер жүйесіне келтіру негізінде шешілген, оны шешу үшін сәйкес алгоритм әзірленді.

Бағдарлама сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлдарға орналастырады. Динамикадағы сандық есептеулердің нәтижелері (уақыт бойынша) бір өлшемді графиктер түрінде көрсетіледі. Есептеулер келесі бастапқы деректермен жүргізілді:

$$l_1 = 1.0; l_2 = 10.0; \Delta t = 0.01; \\ n_x = 10; n_y = 6; n_z = 6; q = 200.$$

5.1-5.3 суреттерде эксперименттік есептеулердің нәтижелері графикалық түрде берілген. 5.1-суретте динамикадағы координаттардың басынан бастап x бағытында сырықтың центрі бойынша температураның таралу графигі көрсетілген.



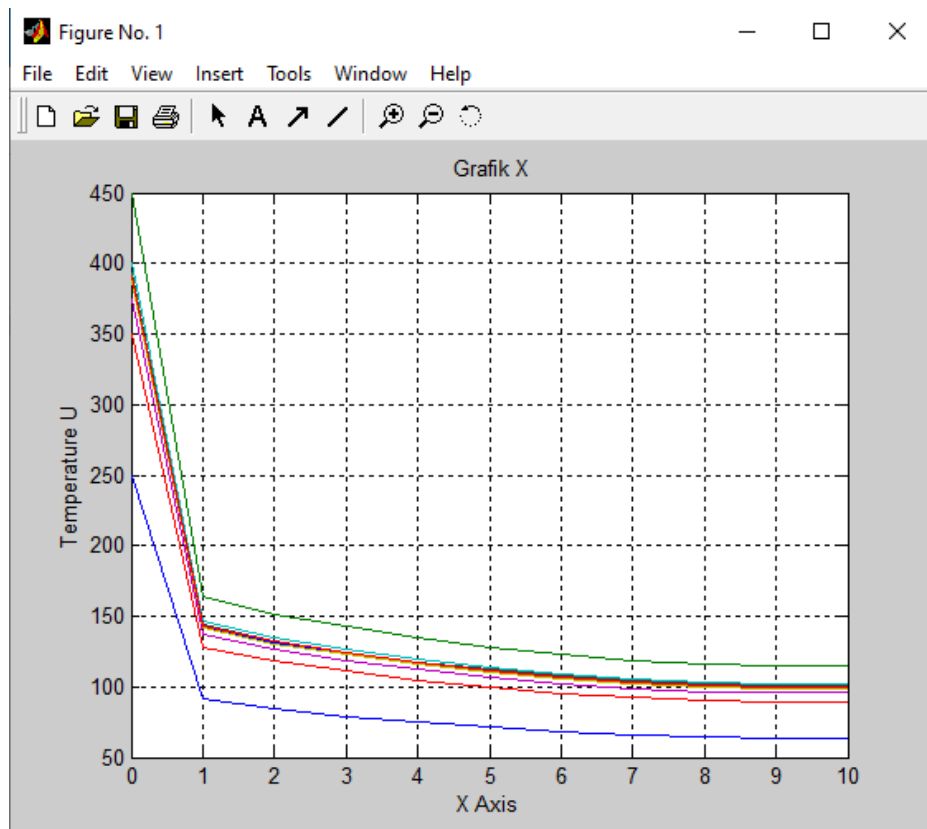
Сурет 5.1 – Координата басынан X бағытымен сырықтың центрі бойынша бір қадам шегініспен температураның таралу графигі

Суреттен көріп тұрғандай, сырықтың соңындағы біз қалаған күйге, яғни 40°C ғрадаусқа 500 секунд уақыт бірлігінде, сырықтың басындағы температура 157.8 градусқа тең болған кезде қол жеткізіледі. Есептеу (5.2.17) формуласы бойынша алынады.

«Жылуөткізгіштіктің кері есебін шешуге арналған бағдарламалық кешен» Delphi және MatLab негізінде әзірленді.

Сырықтың оң жағында белгілі бір уақытта (бекітілген) температураны алу үшін, сырықтың сол жағындағы қажетті бастапқы температура параметрін табуға арналған бағдарлама, сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлдарға орналастырады. Динамикадағы сандық есептеулердің нәтижелері (уақыт бойынша) бір өлшемді графиктер түрінде көрсетіледі және мәтіндік файлға шығарылады.

Төменде бастапқы деректермен екі нұсқасы үшін сандық есептеулердің нәтижелері келтірілген.



Сурет 5.2 – Берілген соңғы 100 градустың бастапқы температураға әсер ету графигі.

$n_x = 10 \quad n_y = 6 \quad n_z = 6$

$L_1 = 10,00 \quad L_2 = 1,00 \quad \tau_{ay} = 0,01000$

$c_k = 0,130 \quad \rho_0 = 7,870$

$k_{tepl} = 0,17700 \quad k_{tero} = 1,00000$

$n_{xp} = 5 \quad n_{yp} = 3 \quad n_{zp} = 3 \quad k_3 = 0 \quad k_{it} = 50000$

начальная настройка $h_x = 1,00 \quad h_y = 0,17 \quad h_z = 0,17 \quad \tau_{ay} = 0,01000$

$T_{vrem} = 100,00 \quad T_{нач} = 250,00 \quad T_{кон} = 100,00$

250,000 91,257 84,238 79,176 74,812 71,148 68,199 65,977 64,491 63,747 63,747

$T_{vrem} = 100,00 \quad T_{нач} = 450,00 \quad T_{кон} = 100,00$

450,000 164,263 151,629 142,517 134,661 128,066 122,759 118,759 116,084

114,744 114,744

$T_{vrem} = 100,00 \quad T_{нач} = 350,00 \quad T_{кон} = 100,00$

350,000 127,760 117,933 110,846 104,736 99,607 95,479 92,368 90,288 89,245

89,245

$T_{vrem} = 100,00 \quad T_{нач} = 400,00 \quad T_{кон} = 100,00$

400,000 146,011 134,781 126,681 119,698 113,837 109,119 105,564 103,186

101,995 101,995

$T_{vrem} = 100,00 \quad T_{нач} = 375,00 \quad T_{кон} = 100,00$

375,000 136,886 126,357 118,764 112,217 106,722 102,299 98,966 96,737 95,620

95,620

$T_{vrem} = 100,00 \quad T_{нач} = 387,50 \quad T_{кон} = 100,00$

387,500 141,449 130,569 122,723 115,958 110,279 105,709 102,265 99,961 98,807
98,807

$T_{\text{rem}} = 100,00$ $T_{\text{нач}} = 393,75$ $T_{\text{кон}} = 100,00$

393,750 143,730 132,675 124,702 117,828 112,058 107,414 103,914 101,574
100,401 100,401

$T_{\text{rem}} = 100,00$ $T_{\text{нач}} = 390,63$ $T_{\text{кон}} = 100,00$

390,625 142,589 131,622 123,712 116,893 111,169 106,561 103,090 100,768
99,604 99,604

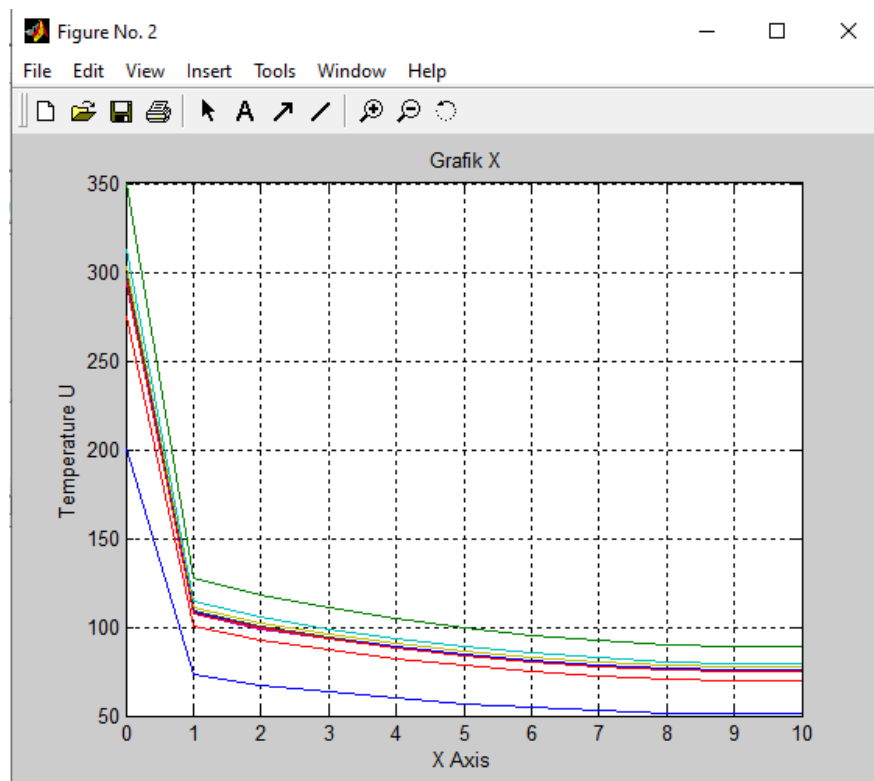
$T_{\text{rem}} = 100,00$ $T_{\text{нач}} = 392,19$ $T_{\text{кон}} = 100,00$

392,188 143,160 132,149 124,207 117,361 111,613 106,988 103,502 101,171
100,003 100,003

$T_{\text{rem}} = 100,00$ $T_{\text{нач}} = 391,41$ $T_{\text{кон}} = 100,00$

391,406 142,874 131,885 123,960 117,127 111,391 106,774 103,296 100,969
99,803 99,803

Сырықтың оң жақ шетінде температура 100 секундта 100°C болуы үшін сырықтың сол жақ шетінен $391,406^{\circ}\text{C}$ температураны беру қажет.

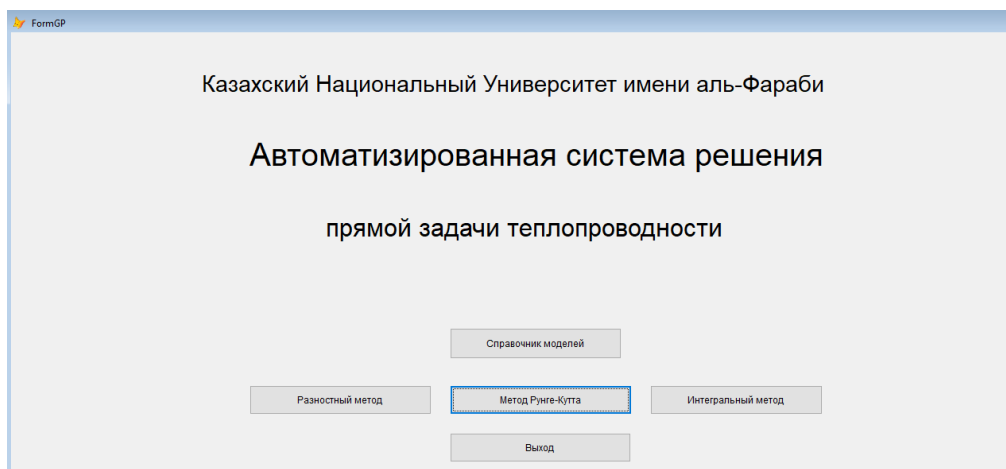


Сурет 5.3 – Берілген соңғы 75°C градуста бастапқы температураға әсер ету графигі.

Сырықтың оң жақ шетінде температура 100 секундта 75°C болуы үшін сырықтың сол жақ шетінен $348,7^{\circ}\text{C}$ температураны беру қажет.

5.4 Жылу өткізгіштік есебін шешудің автоматтандырылған жүйесі

5.4-суретте бағдарламаны шақырған кездегі алғашқы терезе көрсетілген.



Сурет 5.4 – Автоматтандырылған жүйенің бас экраны

Әр түрлі модельдермен жұмыс істеудің қолайлылығы үшін тиісті кесте жасалды. "Справочник моделей" режимі Model.dbf кестесінде әр түрлі сырық модельдерін енгізуге, түзетуге арналған.

Келесі суретте Model.dbf кестесінің құрылымы мен мазмұны ұсынылған.

	Kodm	Nazm	Kftepl	Plot	Ydtepl	Kfobmen	Ls	Ld	Tk	Eps
	1	Al	209.300	2.780	897.000	1.000	1.000	10.000	0.000	0.001000
	2	Au	312.800	7.300	228.000	1.000	1.000	10.000	0.000	0.001000
	3	Cu	312.800	8.940	383.000	1.000	1.000	10.000	0.000	0.001000

Сурет 5.5 – Model.dbf кестесі

Келесі режимдерді таңдағанда жылу өткізгіштіктің тура есептерін шешу әдістері таңдалады: 1) айырмдық әдісі, 2) Рунге-Кутта әдісі және 3) интегралдық әдіс.

Бағдарлама температураның сырық бойымен таралуын есептейді және сандық есептеулердің нәтижелерін бірнеше файлға орналастырады. Динамикадағы сандық есептеулердің нәтижелері (уақыт бойынша) MatLab негізіндегі бір өлшемді және екі өлшемді графиктер түрінде көрсетіле алады.

Әзірленген автоматтандырылған жүйеге авторлық куәлік алынды.

5.5 Бөлім бойынша тұжырым

Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуіне кері (басқару) есепті шешу бағдарламасы сызықтық интегралдық теңдеулер жүйесіне келтіру негізінде шешілген, оны шешу үшін сәйкес алгоритм және «Жылу өткізгіштіктің кері есебін шешуге арналған бағдарламалық кешен» әзірленді.

Сандық есептеулердің нәтижелері эксперименттік мәліметтерге қайшы келмейді. Сонымен қатар, нәтижелер мәтіндік файлдарға шығарылады және сәйкес бағдарлама жазылған MatLab жүйесінің көмегімен температура динамикасының бір өлшемді кескіндерін құруды қамтамасыз етеді.

ҚОРЫТЫНДЫ

Қолданыстағы АБЖ-ға шолу келтірілген. Қойылған мәселенің жалпы сипаттамалары талданып, зерттеу міндеттерінің тұжырымы жасалды.

Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін зерттеу үшін айырмдық схемасы жасалды және мәселені шешудің алгоритмдері ұсынылды. Айырмдық схемасы үшін оның тұрақтылығын қамтамасыз ететін параметрлер таңдалады.

Сандық есептеулердің нәтижелері максимум принципіне сәйкес келеді (1 теорема) және эксперименттік мәліметтерге қайшы келмейді. Сонымен қатар, нәтижелер мәтіндік файлдарға шығарылады және MatLab жүйесін қолдана отырып температура динамикасының бір өлшемді және екі өлшемді кескіндерін құруды қамтамасыз етеді, ол үшін сәйкес бағдарлама жазылды.

Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуін зерттеу үшін бастапқы есепті қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келтіруге негізделген алгоритм ұсынылады. Қойылған мәселені сандық түрде шешу үшін бағдарлама әзірленді, оның есептеу нәтижелері мәтіндік файлдарға шығарылады және MatLab жүйесі арқылы температура динамикасының бір өлшемді және екі өлшемді кескіндерін құруды қамтамасыз етеді, ол үшін тиісті бағдарлама жазылған.

Қимасы квадрат болатын сырықтың жылу өткізгіштік теңдеуіне кері есепті шешу (басқару) бағдарламасы сызықтық интегралдық теңдеулер жүйесіне келтіру негізінде шешілген, оны шешу үшін сәйкес алгоритм әзірленді.

Сандық есептеулердің нәтижелері эксперименттік мәліметтерге қайшы келмейді. Сонымен қатар, нәтижелер мәтіндік файлдарға шығарылады және сәйкес бағдарлама жазылған MatLab жүйесінің көмегімен температура динамикасының бір өлшемді кескіндерін құруды қамтамасыз етеді.

ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

- 1 Khalid S.Sh., Mohammed A.M., Nebras E. A.: Thermal and stress analysis in nd: yag laser rod with different double end pumping methods // Thermal Science. – 2011. – Vol.15, № 2. – P. S399-S407.
- 2 Daryl L.L. A First Course in the Finite Element Method // Cengage Learning. – 2012. – P. 727-764.
- 3 Khalid S.Sh, Mayada M.T, Haqi I.Q. Analytical model of transient temperature and thermal stress in continuous wave double-end-pumped laser rod: Thermal stress minimization study // Indian Academy of Sciences. PRAMANA-journal of physics. – 2012. – Vol. 79, №2. – P. 287–297.
- 4 Yusuf Orçan. Thermal stresses in a heat generating elastic-plastic cylinder with free ends // International Journal of Engineering Science. – Vol. 32, Issue 6, June 1994, – P. 883-898.
- 5 Andreev V.I., Turusov R.A. Nonlinear modeling of the kinetics of thermal stresses in polymer rods // Advanced Materials and Structural Engineering – Hu (Ed.) Taylor & Francis Group, London – 2016.
- 6 Y. I. Nyashin, V. Y. Kiryukhin, F. Ziegler Control Of Thermal Stress And Strain // Journal of Thermal Stresses.Vol. 23, Issue 4, 30 Nov 2000, – P. 309-326
- 7 K.K. Gornostaev, A.V. Kovalev, Y.V. Malygina, Stress–strain state in an elastoplastic pipe taking into account the temperature and compressibility of the material // Journal of Physics: Conf. Series 973 (2018)
- 8 Segerlind L. Applied Finite Element Analysis. John Wilei and Sons, Inc., New York, Chichester, – 1985.
- 9 Shorr B.F. Thermal Integrity in Mechanics and Engineering, Foundations of Thermoelasticity // Springer-Verlag Berlin Heidelberg – 2015. – P. 33-55.
- 10 Zienkiewicz O.C. and Morgan K. Finite Elements and Approximation //John Wilei and Sons, Inc., New York, – 1983.
- 11 Zienkiewicz O.C, Taylor R.L. The finite element method // 5th edn. Butterworth-Heinemann, Oxford. – 2000.
- 12 Pantusoa D., Klaus-JuÈrgen Bathe, Bouzinov P.A. A finite element procedure for the analysis of thermo-mechanical solids in contact // Computers and Structures 75. – 2000. – P. 551-573.
- 13 Biswajit B.A Material Point Method Formulation for Plasticity // Computational Physics. – 2006. – P. 1-25.
- 14 Deang J., Du Q., Gunzburger M.D. Modeling and computation of random thermal fluctuations and material defects in the Ginzburg-Landau model for superconductivity// Computational Physics – 2002. – P. 45-67.
- 15 Норенков И. П. Основы автоматизированного проектирования. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 360 с.
- 16 Грувер М., Зиммерс Э. САПР и автоматизация производства. – М.: Мир, 1987. – 528 с.
- 17 Зуев С.А., Полещук Н.И. САПР на базе AutoCAD - как это делается. – Санкт-Петербург: ПХВ-Петербург, 2004 – 1168 с.

- 18 Малюх В.Н. Введение в современные САПР. – М.: ДМК Пресс, 2010. – 192 с.
- 19 Кудрявцев Е.М. Основы автоматизированного проектирования. – М.: Академия, 2011. – 304 с.
- 20 Ушаков Д. М. Введение в математические основы САПР. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 208 с.
- 21 Саликаев Ю.Р. Математические модели и САПР электронных приборов и устройств. – Томск: ТУСУР, 2012. – 206 с.
- 22 Шенен П, Коснар Р. и др. Математика и САПР. В 2-х книгах. Кн.1. Основные методы. Теория полюсов. – М.: Мир, 1988. – 204 с.
- 23 Жермен-Лакур П., Жорж П.Л. и др. Математика и САПР. В 2-х книгах. Кн. 2. Вычислительные методы. Геометрические методы. – М.: Мир, 1988. – 204 с.
- 24 Адилов Р.М., Бершадская Е.Г., Борисов В.А. Программное обеспечение в САПР цифровых устройств: теория и разработка. Пенза: ПГТА, 2012. – 152 с.
- 25 Муратов А.В. Моделирование и алгоритмизация процесса опережающего теплофизического проектирования в САПР микроэлектронных устройств и аппаратуры: автореф. дисс. доктор. техн. наук. по спец. 05.13.12. – Воронеж, 1993. – 35с.
- 26 Кетков Ю.Л. Создание инструментальных программных средств для разработки диалоговых систем САПР и АСНИ: автореф. дисс. доктор. техн. наук. по спец. 05.13.12. – Нижний Новгород, 1992. – 30с.
- 27 Валеев О.Ф. Разработка математической модели и программная реализация слабоформализованных процессов структурного синтеза машиностроительных объектов: автореф. дисс. канд. техн. наук. по спец. 05.13.12. – Ижевск, 2013. – 24с.
- 28 Ершов А.А. Модель и методы интеллектуализации разработки АСУ для сложных производственно-технических систем: автореф. дисс. канд. техн. наук. по спец. 05.13.01. – Санкт-Петербург, 2013. – 17с.
- 29 Константинова Д.А. Автоматизация многофакторного перспективного моделирования проектных решений систем солнечного теплоснабжения гражданских зданий //Автореф. дисс. канд. техн. наук. по спец. 05.13.12. – Москва, 2018. – 23с.
- 30 Котов Д.С. Математическое и алгоритмическое обеспечение для системы визуализации в САПР: автореф. дисс. канд. техн. наук. по спец. 05.13.12. – Владимир, 2011. – 22с.
- 31 Белякова М.С. Повышение эффективности процессов конструкторско-технологического проектирования на основе разработки информационной системы моделирования поверхностей: автореф. дисс. канд. техн. наук. по спец. 05.13.06. – Москва, 2007. – 27с.
- 32 Бондаренко Н.Н. Разработка подсистемы САПР автоматического управления: автореф. дисс. канд. техн. наук. по спец. 05.13.12. – Санкт-Петербург, 1998. – 18с.

- 33 Kudaykulov A, Arinov E, Ispulov N, Qadir A, Begaliyeva K. Numerical Study of a Thermally Stressed State of a Rod // *Advances in Mathematical Physics*, 2019, 8986010
- 34 Карпович Д.С., Суша О.Н., Коровкина Н.П., Кобринец В.П. Аналитический и численный методы решения уравнения теплопроводности // *Труды БГТУ. Физико-математические науки и информатика*, 2015, №6. – С.122-127.
- 35 Байков В.А. Уравнения математической физики. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – С.252.
- 36 Вороненко Б.А., Крысин А.Г., Пеленко В.В., Цуранов О.А. Аналитическое описание процесса нестационарной теплопроводности. – СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014. – 48с.
- 37 Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
- 38 Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977 – 735с.
- 39 Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. – М.: Наука, 1973. – 408с.
- 40 Соболев С.Л. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1992. – 431с.
- 41 Масленникова В.Н. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: РУДН, 1997. – 447с.
- 42 Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1982. – 336с.
- 43 Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1988. – 512с.
- 44 Марченко В.М., Пыжкова О.Н. Уравнения математической физики. – Минск: БГТУ, 2013. – 160с.
- 45 Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. – М.: Физматлит, 2005. – 256с.
- 46 Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: точные решения. – М.: Физматлит, 2002. — 432с.
- 47 Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. – М.: Мир, 1982. – 488с.
- 48 Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. – М.: Мир, 1985. – 590с.
- 49 Султангазин У.М., Смелов В.В. Математические проблемы кинетической теории переноса. - Алма-Ата: Наука, 1986. – 256с.
- 50 Акыш А.Ш. Некоторые математические и вычислительные задачи нелинейных и линейных уравнений Больцмана и Навье-Стокса. – Караганды: КарГУ МОН РК, 2020. – 360с.
- 51 Отелбаев М., Мынбаев К.Т. Весовые функциональные пространства и спектр дифференциальных операторов. -М: Наука, 1988. – 288с.

- 52 Отелбаев М. Оценки спектра оператора Штурма-Лиувилля. - Алма-Ата: Ғылым, 1990. – 191с.
- 53 Жумагулов Б.Т., Мухамбетжанов С.Т., Шыганаков Н.А. Моделирование вытеснения нефти с учетом массообменных процессов. – Алматы: КазгосИНТИ, 2004. – 252с.
- 54 Шокин Ю.И., Китаева И.А., Данаев Н.Т. и др. Методы римановой геометрии в задачах построения разностных сеток. – Новосибирск: Наука, 2005. – 256с.
- 55 Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784с.
- 56 Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Физматгиз, 1989. – 600 с.
- 57 Андерсон Д, Таннехилл Дж, Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Том 1. – М.: Мир, 1990. – 384 с.
- 58 Андерсон Д, Таннехилл Дж, Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Том 2. – М.: Мир, 1990. – 392 с.
- 59 Бережной Д.Ф., Тазюков Б.Ф. Численное решение плоской задачи теплопроводности. – Казань: Казанский университет, 2007. – 19 с.
- 60 Галанин М.П., Прошунин Н.Н., Родин А.С., Сорокин Д.Л. Решение трехмерного нестационарного уравнения теплопроводности методом конечных элементов с учетом фазовых переходов. – М.: ИПМ РАН, 2016. – 28 с.
- 61 Крайнов А.Ю., Рыжих Ю.Н., Тимонин А.М. Численные методы в задачах теплопереноса. – Томск: Томский университет, 2009. – 114 с.
- 62 Карпович Д.С., Суша О.Н., Коровкина Н.П., Кобринец В.П. Аналитический и численный метод решения уравнения теплопроводности // Труды БГТУ, 2015, Физико-математические науки и информатика. № 6. – С. 122-127.
- 63 Корепанов Е.В. Вычисление приведенной теплопроводности кирпичей с воздушными полостями // Вестник МГСУ. – 2011. – № 7. – С. 161 - 166.
- 64 Коротких А.Г. Теплопроводность материалов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета. – 2011. – С. 97.
- 65 Зайнулов А.Р. Обратные задачи для уравнения теплопроводности // Вестник СамГУ. – 2015. – № 6(128). – С.62-75.
- 66 Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 208 с.
- 67 Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. – 457 с.
- 68 Тихомиров В.В., Бобылева О.Н. О регуляризации обратной задачи для уравнения теплопроводности // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2017. – № 1(13), – С.25-29.
- 69 Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. – М.: Изд-во ЛКИ, 2009. - 480 с.

70 Марданов Р.Ф. Численные методы решения плоской задачи теплопроводности. – Казань: Казанский гос. университет, 2007. – С.23.

71 Фаязов К.С., Хажиев И.З. Оценка устойчивости и приближенное решение краевой задачи для уравнения в частных производных четвертого порядка //Математические заметки СВФУ, 2015. – № 1(27). – С.78-88.

72 Сиковский Д. Ф. Методы вычислительной теплофизики. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2013. – 98 с.

73 А.с. №22212 «Комплекс программ решения уравнения теплопроводности стержня с квадратным сечением разностным методом» Мазаков Т.Ж., Калимолдаев М.Н., Джомартова Ш.А., Бегалиева К.Б., Мазакова Ә.Т., Саметова А.А., Шорманов Т.С., Әлиасқар М.С., Мухаев Д.К. от 7.12.2021 г. – 2 с.

74 Дьяконов В.П. Matlab 6.0/6.1/6.5/6.5+SP1+Simulink 5/5. Обработка сигналов и изображений. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 592 с.

75 Мазаков Т.Ж., Калимолдаев М.Н., Джомартова Ш.А., Мазакова Ә.Т. Айырмашылық әдісімен шаршы қимасы бар өзектің жылу өткізгіштік теңдеуін шешу // Вестник КазНПУ – серия «Физико-математические науки». №1 (77), 2022. – С.33-40

76 Немировский Ю.В., Янковский А.П. Обобщение методов Рунге–Кутты и их применение к интегрированию начально-краевых задач математической физики // Сиб. журн. вычисл. математики, 2005. - № 1(8). – С. 57–76.

77 Деккер К., Вервер Я. Устойчивость методов Рунге–Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1988. – С. 334.

78 Карпович Д.С., Суша О.Н., Коровкина Н.П., Кобринец В.П. Аналитический и численный методы решения уравнения теплопроводности //Труды БГТУ, 2015. Физико-математические науки и информатика, № 6. – С. 122–127.

79 Туснина О.А. Теплотехнический расчет конструкций численными методами //Вестник МГУ, 2013, № 11. – С. 91-99.

80 Коробейник Ю.А. Дифференциальные уравнения бесконечного порядка и бесконечные системы дифференциальных уравнений //Изв. АН СССР. Серия «математика». –1970. – № 4. – С.881–922.

81 Коробейник Ю.Ф. Граничные свойства аналитических решений дифференциальных уравнений бесконечного порядка //Матем. Сборник. – 1981. – № 3 – С. 364–390.

82 Лагодинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения бесконечного порядка со ступенчатой потенциальной функцией // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2001 – №1.

83 Валеев К.Г., Жаутыков О.А. Бесконечные системы дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Изд-во «Наука», КазССР, 1974. – С.416.

84 Персидский К.П. Бесконечные системы дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в нелинейных пространствах. – Алма-Ата: Изд-во «Наука», КазССР, 1976. – 248 с.

85 Dzhumabaev D.S. A method for solving nonlinear boundary value problem for ordinary differential equations // Mathematical Journal. – 2018. – Vol.18. – №3(69). – P. 43-51.

86 Dzhumabaev D.S. Properties of the isolated solutions bounded on the entire axis for a system of nonlinear ordinary differential equations // Ukrainian Mathematical Journal – 2017. – Vol 68, №8. – P.1297-1304.

87 Mazakova A.T., Mazakov T.Zh., Jomartova Sh.A., Begaliyeva K.B., Ziyatbekova G.Z. Solution of the Thermal Conductivity Equation of a rod with a Square section by casting to a system of ordinary differential equations // New of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. al-Farabi Kazakh National University, Series Information Technology, Алматы, NAS RK, 2022 – № 3 (343) – С.153-163

88 Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию. – М.: Наука, 1975 – 303 с.

89 Васильев А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. – М.: МГУ, 1989. – 156 с.

90 Нуременов Т.К. Свойства интегральных операторов типа Урысона и их приложения к разрешимости нелинейных интегро-дифференциальных уравнений: автореф. дисс. доктора физ.-мат. наук. по спец. 01.01.02. – Ташкент, 1993. – 36 с.

91 Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. – Киев: Наукова Думка, 1986. – 543 с.

92 Довгий С.А., Лифанов И.К. Методы решения интегральных уравнений. Теория и приложения. – Киев: Наукова Думка, 2002. – 343 с.

93 Дмитриев В.И., Захаров Е.В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. – М.: МГУ, 1987. – 167 с.

94 Михлин С.Г. Приложения интегральных уравнений к некоторым проблемам механики, математической физики и техники. – М.-Л.: ОГИЗ, 1947. – 304 с.

95 Мироновский Л.А. Моделирование разностных уравнений. – СПб.: СПбГУАП, 2004. – 108 с.

96 Лифанов И.К. Особые интегральные уравнения и методы их численного решения. – М.: МАКС-Пресс, 2006. – 68 с.

97 Трикоми Ф. Интегральные уравнения. – М.: Изд-во Иностранной Литературы, 1960. – 300 с.

ҚОСЫМША А
(Ғылыми тағлымдама сертификаты)



ҚОСЫМША Ә

(Авторлық құқық объектісіне құқықтарды мемлекеттік тіркеу туралы куәліктер)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  **РЕСПУБЛИКА КАЗАХСТАН**

**АВТОРЛЫҚ ҚҰҚЫҚПЕН ҚОРҒАЛАТЫН ОБЪЕКТІЛЕРГЕ ҚҰҚЫҚТАРДЫҢ
МЕМЛЕКЕТТІК ТІЗІЛІМГЕ МӘЛІМЕТТЕРДІ ЕНГІЗУ ТУРАЛЫ**

КУӘЛІК

2019 жылғы « 19 » ақпан № 1845

Автордың (лардың) жөні , аты, әкесінің аты (егер ол жеке басын куәландыратын құжатта көрсетілсе):
АРШАДИНОВА МҰҚАДАС ТҮРГАНЖОНЫ ҚУДАЯҚОВ АНЖАРАЛ ТАШЕВ АСАТ АЙМҰСЫН ІБЕГ АЛМЕБА КАЛАМАҚС БАЙТАБЕКЖОНА

Авторлық құқық объектісі: ЗЕМ-ге арналған бағдарлама
Automated system for investigation the thermophysical state of the rod – ASIR

Объектінің атауы: 1.0

Объектіні жасаған күні: 01.03.2018

СВИДЕТЕЛЬСТВО

**О ВНЕСЕНИИ СВЕДЕНИЙ В ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РЕЕСТР
ПРАВ НА ОБЪЕКТЫ, ОХРАНЯЕМЫЕ АВТОРСКИМ ПРАВОМ**

№ 1845 от « 19 » февраля 2019 года

Фамилия, имя, отчество, (если оно указано в документе, удостоверяющем личность) автора (ов):
АРШАДИНОВА МҰҚАДАС ТҮРГАНЖОНА ҚУДАЯҚОВ АНЖАРАЛ ТАШЕВ АСАТ АЙМҰСЫН ІБЕГ АЛМЕБА КАЛАМАҚС БАЙТАБЕКЖОНА

Вид объекта авторского права: программа для ЭВМ
Automated system for investigation the thermophysical state of the rod – ASIR

Название объекта: 1.0

Дата создания объекта: 01.03.2018



Құжат түпнұсқасын <http://www.kazpatent.kz/ru> сайтының
"Авторлық құқық" бөлімінде тексеруге болады <http://copyright.kazpatent.kz>

Подлинность документа возможно проверить на сайте [kazpatent.kz](http://www.kazpatent.kz)
в разделе «Авторское право» <http://copyright.kazpatent.kz>

Подписано ЭЦП Оспанов Е. К.



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ



РЕСПУБЛИКА КАЗАХСТАН

СВИДЕТЕЛЬСТВО

О ВНЕСЕНИИ СВЕДЕНИЙ В ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РЕЕСТР ПРАВ НА ОБЪЕКТЫ, ОХРАНЯЕМЫЕ АВТОРСКИМ ПРАВОМ

№ 22212 от «7» декабря 2021 года

Фамилия, имя, отчество, (если оно указано в документе, удостоверяющем личность) автора (ов):
Матаков Талгат Жакупович, Калимбетов Максат Нуралиевич, Джомартова Шолпан Абырақовна,
Бегалиева Қалимқас Балтабековна, Матакова Әйгерім Талғатқызы, Саметова Айгерім Айдарқызы,
Шорманов Тимур Серикжанович, Әлмасқар Мағжан Сундәтулы, Мухаев Дарын Қасенұлы

Вид объекта авторского права: программа для ЭВМ

Название объекта: Комплексе программ решения уравнения теплопроводности стержня с квадратным
сечением разностным методом

Дата создания объекта: 02.12.2021



Ақпарат тіркеусіне қараңыз: <http://www.kazpatent.kz/ru> сайтының
"Авторлық құқық" бөлімінде тексеруге болады: <https://copyright.kazpatent.kz>

Подлинность документа возможно проверить на сайте [kazpatent.kz](http://www.kazpatent.kz)
в разделе «Авторское право»: <https://copyright.kazpatent.kz>

Подписано ЭЦП

Абулкаиров Н.А.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ

РЕСПУБЛИКА КАЗАХСТАН



АВТОРЛЫҚ ҚҰҚЫҚПЕН ҚОРҒАЛАТЫН ОБЪЕКТІЛЕРГЕ ҚҰҚЫҚТАРДЫҢ
МЕМЛЕКЕТТІК ТІЗІЛІМГЕ МӘЛІМЕТТЕРДІ ЕНГІЗУ ТУРАЛЫ

КУӘЛІК

2022 жылғы «10» ақпан № 23504

Автордың (парызы) жөні, аты, әкесінің аты (егер ол жеке басым куәландыратын құжатта көрсетілсе):
МАЗАҚОВ ТАЛҒАТ ЖАҚУПОВИЧ, БЕГА ШЕВА КАЛАМҚАС БАЛТАБЕКОВНА, МАЗАҚОВА
ӘЙГЕРІМ ТАЛҒАТҚЫЗЫ, ДЖОМАРТОВА ШОЛПАН АБДРАЗАКОВНА, ӘЛІАСҚАР МАҒЖАН
СҮНДЕТҰЛЫ, МҰХАЕВ ДАРЫН ҚАКЕНҰЛЫ, ЖАҚЫП БОТАГӨЗ МАРАТҚЫЗЫ, БҮРГЕГҰЛОВ
АҚЫЛТАЙ ДҮЙСЕНБЕКОВИЧ

Авторлық құқық объектісі: ӘЕМ-ге арналған бағдарлама

Объектінің атауы: Программа решения уравнения теплопроводности стержня с квадратным сечением
методом Рунге-Кутты

Объектіні жасаған күні: 02.01.2022



Құжат тәуірсіздігін тексеру үшін: <https://www.kazpatent.kz/nz-saitymyn/>
Авторлық құқық белгімінде тексеруле болды: <https://copyright.kazpatent.kz>

Подлинность документа возможно проверить на сайте [kazpatent.kz](https://www.kazpatent.kz)
в разделе «Авторское право»: <https://copyright.kazpatent.kz>

ЭЦҚ қол қойылды

Е. Куантыров

ҚОСЫМША Б
(Енгізу актілері)



ЖШС «КАЗНЕФТЕГАЗКОНСАЛТИНГ»
"KAZNEFTEGASCONSULTING" LLP.

25.01.2023

г. Кызылорда

АКТ ВНЕДРЕНИЕ

Разработанные Бегалиевой К.Б. методы, математические модели, вычислительные алгоритмы и программное обеспечение составленные на языке программирования PYTHON применяются для исследования законов распределения температуры по длине стержневых несущих элементов конструкций. Несущие элементы в тепловых и атомных электростанциях и нефтенагревательных станций, нефтеперерабатывающих заводов являются стержневыми элементами. Прогноз по научно-исследовательской работе необходим для выработки дополнительных мер по снижению ущерба от техногенных катастроф путем повышения надежности несущих конструкций при экстремальных режимах воздействий.

Директор

ТОО «КазНефтегазКонсалтинг»



Кубегенова Р.Б.

Пер. № 148/исх

АКТ внедрения результатов работ

Разработанной Бегалиевой Каламкас Балтабековны вычислительные алгоритмы, программы для решения уравнения теплопроводности и АСУ теплофизическим состоянием стержня при эксплуатации, составленные на языке программирования Python, MatLab применяются для исследования законов распределения температуры по длине стержня. Применены методы математической физики, дифференциальных и интегральных уравнений, методы вычислений. Практическая значимость состоит в разработке алгоритмов и программных средств оценки распределения температуры стержня в реальном времени.

Положительный экономический эффект обусловлен стимулированием повышения спроса на рынке программных средств предварительного прогноза изменения температуры в технических изделиях.

Директор
ТОО «ТеплоСнаб»
+77027650191



Кабытгаев Д.З.

ҚОСЫМША В

(Delphi-дегі айырымдық әдісімен жылу өткізгіштік теңдеуін шешу бағдарлама мәтінінің үзіндісі)

```
const nxm=50; nym=10; nzm=10; kit=10000; kpt=5; nvar=20; eps=0.0001;
// Tk0=25.0; Tk1=200.0;
// L1=100.0; L2=200.0;
type matr=array[0..nxm,0..nym,0..nzm] of real;
    matr2=array[0..nxm,1..nvar] of real;
var T0,Ts,Tn,Fm:matr;
    //Txv:matr2;
    hx,hy,hz,hx2,hy2,hz2,xt,yt,zt,dt,dtx,dty,tt,tay,rx,ry,rz,r1,r2,r3,r4,r5:real;
    p1,p2,p3,p4,p5,p6,Tk0,Tk1,L1,L2:real;
    ck:real; //Теплоемкость материала
    po:real; //Плотность материала
    ktep1:real; //Коэффициент теплопроводности материала
    ktero:real; //Коэффициент теплообмена
    kcp:real; // kcp1=kk1/(po1*ck1)
    kf:real; // kf1=1/(po1*ck1)
    kla:real; // kla1=ka1/kk1
    nx,ny,nz,nxp,nyp,nzp,nvarx,nvary,nvarz,ix,iy,iz,j:integer;
    k,k1,k2,k3,k4,k4x,k4y,k5,kx,ky,kvar,kvarx,kvary:integer;
    fnaz,fnazx,fnazy,fnazxy,fnazisx,ch,ch1,funk:string;
    frez,frezx,frezy,frezxy,fisx:TextFile;

// proc
Procedure Pechat(tx:string; mas:matr);
var ix,iy,iz:integer; r1:real;
    ch:string;
begin
ch:=tx;
writeln(frez,ch);
for ix:=0 to 5 do begin
for iy:=0 to ny do begin
ch:='iy='+IntToStr(iy);
for iz:=0 to nz do begin
r1:=mas[ix,iy,iz];
ch:=ch+' == '+FormatFloat('#####0.00',r1);
end; {iz}
writeln(frez,ch);
end; {iy}
ch:='ix='+IntToStr(ix);
writeln(frez,ch);
end; {ix}
```

```

end;
// proc
Function FPlav(x:real):string;
  var ch1:string;
  begin
    ch1:=FormatFloat('#####0.00',x)+' ';
    ch1:=StringReplace(ch1,',','',[rfReplaceAll, rfIgnoreCase]);
    FPlav:=ch1;
  end;

// Func
Function Fp(x,y,z:real):real;
var rf:real;
begin
  rf:=0.0;
  Fp:=rf;
end;
// program_start
begin
fnaz:='rezult.txt';
assignfile(frez,fnaz); rewrite(frez);
fnazx:='GrafX.txt';
assignfile(frezx,fnazx); rewrite(frezx);
fnazy:='GrafY.txt';
assignfile(frezy,fnazy); rewrite(frezy);
fnazisx:='rhs.dat'; assignfile(fisx,fnazisx); reset(fisx);
funk:=''; read(fisx,funk); closeFile(fisx);
ch:='Функция - '+funk; writeln(frez,ch);
fnazisx:='init.dat'; assignfile(fisx,fnazisx); reset(fisx);
read(fisx,Tk0,Tk1); closeFile(fisx);
fnazisx:='parameters.dat'; assignfile(fisx,fnazisx); reset(fisx);
read(fisx,nx,ny,nz); read(fisx,L1,L2,tay);
read(fisx,ck); read(fisx,po); read(fisx,ktepl); read(fisx,ktepo);
closeFile(fisx);
//L1:=10; L2:=1;
//tay:=0.01;
ch:=' nx = '+IntToStr(nx)+' ny = '+IntToStr(ny)+' nz = '+IntToStr(nz);
writeln(frez,ch);
ch:=' L1 = '+FormatFloat('#####0.00',L1)+' L2 =
'+FormatFloat('#####0.00',L2);
ch:=ch+' tay='+FormatFloat('#####0.00000',tay); writeln(frez,ch);

ch:=' ck = '+FormatFloat('#####0.000',ck)+' po =
'+FormatFloat('#####0.000',po);

```

```

writeln(frez,ch);
ch:=' ktep1='+FormatFloat('#####0.00000',ktepl)+'
ktepo='+FormatFloat('#####0.00000',ktepo);
writeln(frez,ch);
ch:=' T0 = '+FormatFloat('#####0.00',Tk0)+' T1 =
'+FormatFloat('#####0.00',Tk1);
writeln(frez,ch);
{начальная настройка}
hx:=L1/nx; hx2:=hx*hx;
hy:=L2/ny; hy2:=hy*hy;
hz:=L2/nz; hz2:=hz*hz;
{ck1:=0.13;ck2:=0.22;ck3:=0.059;ck4:=0.032;
po1:=7.870;po2:=2.700;po3:=10.500; po4:=19.300;
kk1:=0.177; kk2:=0.538; kk3:=1.01; kk4:=0.744;
ka1:=      }

kx:=kit div kpt; ky:=2000;
nxp:=(nx div 2); nyp:=(ny div 2); nzp:=(nz div 2);
ch:=' nxp = '+IntToStr(nxp)+' nyp = '+IntToStr(nyp)+' nzp = '+IntToStr(nzp);
ch:=ch+' k3 = '+IntToStr(k3)+' kit = '+IntToStr(kit);
writeln(frez,ch);
ch:=' '+IntToStr(6); writeln(frezx,ch);
ch:=' '+IntToStr(nx+1); writeln(frezx,ch);
ch:=' График X'; writeln(frezx,ch);
dtx:=kx*tay; tt:=0.0;
for ix:=0 to 5 do begin
  ch:='T = '+ FormatFloat('#####0.00',tt);
  writeln(frezx,ch);
  tt:=tt+dtx;
end;

ch:=' '+IntToStr(6); writeln(frezy,ch);
ch:=' '+IntToStr(ny+1); writeln(frezy,ch);
ch:=' График Y'; writeln(frezy,ch);
dty:=ky*tay; tt:=0;
for ix:=0 to 5 do begin
  ch:='T = '+ FormatFloat('#####0.00',tt);
  writeln(frezy,ch);
  tt:=tt+dty;
end;

nvarx:=1; nvary:=nyp; nvarz:=nzp;

```

```

kcp:=ktepl/(ck*po);
kf:=1.0/(ck*po);
kla:=ktero/ktepl;

ch:='начальная настройка';
ch:=ch+' hx='+FormatFloat('#####0.00',hx); ch:=ch+'
hy='+FormatFloat('#####0.00',hy);
ch:=ch+' hz='+FormatFloat('#####0.00',hz)+'
tay='+FormatFloat('#####0.00000',tay);
writeln(frez,ch);
ShowMessage(ch);
// начальные условия
for iy:=0 to ny do begin
for iz:=0 to nz do begin
T0[0,iy,iz]:=0.0;
end;
end;
T0[0,nyp,nzp]:=Tk0;
fnazxy:='GrafXY0.txt';
assignfile(frezxy,fnazxy); rewrite(frezxy);
ch:=' Grafik XY T = 0,0';
writeln(frezxy,ch);
for iy:=0 to ny do begin
//ch:='kit='+IntToStr(k4);
//writeln(frez,ch);
ch:=' ';
for ix:=0 to nx do begin
r1:=T0[ix,iy,nvarz];
ch:=ch+FPlav(r1);
end; {ix}
writeln(frezxy,ch);
end; {iy}
closeFile(frezxy);
ch:=' ';

for ix:=0 to nx do begin
r1:=T0[ix,nvary,nvarz];
ch:=ch+FPlav(r1);
end; {ix}
writeln(frezx,ch);
ch:=' ';
for iy:=0 to ny do begin
r1:=T0[0,iy,nvarz];
ch:=ch+FPlav(r1);

```

```

        end; {ix}
        writeln(frezy,ch);

        // T0[nx,ny,nz]:=Tk1;
        xt:=0.0;
        for ix:=0 to nx do begin
            yt:=0.0; for iy:=0 to ny do begin
                zt:=0.0; for iz:=0 to nz do begin
                    Fm[ix,iy,iz]:=Fp(xt,yt,zt); zt:=zt+hz; end;
                yt:=yt+hy;end;
                xt:=xt+hx; end;
        // начальные установки
        //for ix:=0 to nx do for iy:=0 to ny do for iz:=0 to nz do Tn[ix,iy,iz]:=T0[ix,iy,iz];
            for iy:=0 to ny do for iz:=0 to nz do
                begin r3:=T0[0,iy,iz]; Ts[0,iy,iz]:=r3; Tn[0,iy,iz]:=r3; end;
        // zikl po vremeni
        k1:=0; k4:=0; k5:=0; tt:=0.0; kvar:=0; kvarx:=0; kvary:=0;
        while (k1<=kit) do
            begin
                k1:=k1+1; // tt:=tt+tay;

                for ix:=1 to nx-1 do begin
                    for iy:=1 to ny-1 do begin
                        for iz:=1 to nz-1 do begin
                            rx:=(Ts[ix-1,iy,iz]-2*Ts[ix,iy,iz]+Ts[ix+1,iy,iz])*kcp*tay/hx2;
                            ry:=(Ts[ix,iy-1,iz]-2*Ts[ix,iy,iz]+Ts[ix,iy+1,iz])*kcp*tay/hy2;
                            rz:=(Ts[ix,iy,iz-1]-2*Ts[ix,iy,iz]+Ts[ix,iy,iz+1])*kcp*tay/hz2;
                            r3:=Ts[ix,iy,iz]+rx+ry+rz+kf*tay*Fm[ix,iy,iz];
                            Tn[ix,iy,iz]:=r3;
                            if (k5<=20) then begin
                                ch:=' ix = '+inttostr(ix)+' iy = '+inttostr(iy)+' iz = '+inttostr(iz);
                                ch:=ch+' rx = '+FormatFloat('#####0.00000',rx)+' ry =
'+FormatFloat('#####0.00000',ry);
                                ch:=ch+' rz = '+FormatFloat('#####0.00000',rz)+' r3 =
'+FormatFloat('#####0.00000',r3);
                                ch:=ch+' Tn['+inttostr(ix)+' '+inttostr(iy)+' '+inttostr(iz)+']=';
                                ch:=ch+FormatFloat('#####0.00000',tn[ix,iy,iz]);
                                ch:=ch+' kcp='+FormatFloat('#####0.00000',kcp);
                                ch:=ch+' tay='+FormatFloat('#####0.00000',tay);
                                ch:=ch+' fm='+FormatFloat('#####0.00000',fm[ix,iy,iz]);
                                //ShowMessage(ch);
                            end; {if}
                            k5:=k5+1;
                        end; end; {iy, iz}

```

```

end; {ix}
for iy:=1 to ny-1 do begin
  for iz:=1 to nz-1 do begin
    //Tn[nx-1,iy,iz]:=1;
    r3:=Tn[nx-1,iy,iz];
    Tn[nx,iy,iz]:=r3;
    //Tn[1,iy,iz]:=2;
    r3:=Tn[1,iy,iz];
    Tn[0,iy,iz]:=r3;
  end;
  //Tn[ix,ny-1,1]:=5;
  r3:=Tn[nx-1,iy,1];
  Tn[nx,iy,0]:=r3;
end; {iy,iz}
for ix:=1 to nx-1 do begin
  for iz:=1 to nz-1 do begin
    //Tn[ix,ny-1,iz]:=3;
    r3:=Tn[ix,ny-1,iz];
    Tn[ix,ny,iz]:=r3;
    //Tn[ix,1,iz]:=4;
    r3:=Tn[ix,1,iz];
    Tn[ix,0,iz]:=r3;
  end;
  //Tn[ix,ny-1,1]:=5;
  r3:=Tn[ix,ny-1,1];
  Tn[ix,ny,0]:=r3;
end; {ix,iz}
for ix:=1 to nx-1 do begin
  for iy:=1 to ny-1 do begin
    //Tn[ix,iy,nz-1]:=6;
    r3:=Tn[ix,iy,nz-1];
    Tn[ix,iy,nz]:=r3;
    //Tn[ix,iy,1]:=7;
    r3:=Tn[ix,iy,1];
    Tn[ix,iy,0]:=r3;
  end; {iy,iz}
  r3:=Tn[ix,1,1];
  Tn[ix,0,0]:=r3;
  r3:=Tn[ix,1,nz-1];
  Tn[ix,0,nz]:=r3;
  r3:=Tn[ix,1,nz-1];
  Tn[ix,0,nz]:=r3;
  r3:=Tn[ix,ny-1,nz-1];
  Tn[ix,ny,nz]:=r3;

```

```

end; {iy,iz}
r3:=Tn[ix,1,1];
Tn[0,nyp,nzp]:=Tk0;
r3:=Tn[nx-1,1,1];
Tn[nx,0,0]:=r3;
r3:=Tn[nx-1,ny-1,nz-1];
Tn[nx,ny,nz]:=r3;
r3:=Tn[0,1,nz-1];
Tn[0,0,nz]:=r3;
r3:=Tn[0,1,1];
Tn[0,0,0]:=r3;

```

```

for iz:=0 to nz do begin
r3:=Tn[1,1,iz];
Tn[0,0,iz]:=r3;
r3:=Tn[1,ny,iz];
Tn[0,ny,iz]:=r3;
r3:=Tn[nx-1,1,iz];
Tn[nx,0,iz]:=r3;
r3:=Tn[nx-1,ny,iz];
Tn[nx,ny,iz]:=r3;
end; {iz}

```

```

if (k1<=2) then
begin ch:='Решение Tnnn2='; Pechat(ch,Tn);
end;
for ix:=0 to nx do for iy:=0 to ny do for iz:=0 to nz do Ts[ix,iy,iz]:=Tn[ix,iy,iz];
//ch:=' ts= tn'; pechat (ch,ts);
if (k4x=kx) then begin
if kvar<nvar then begin
kvar:=kvar+1;
//for ix:=0 to nx do Txv[ix,kvar]:=Ts[ix,nvary,nvarz];
ch:=' ';
for ix:=0 to nx do begin
r1:=Ts[ix,nvary,nvarz];
ch:=ch+FPlav(r1);
end; {ix}
writeln(frezx,ch);
fnazxy:='GrafXY'+inttostr(kvar)+'.txt';
assignfile(frezxy,fnazxy); rewrite(frezxy);
ch:=' График XY T = '+FormatFloat('#####0.0000',tt);

```



```

        writeln(frezxy,ch);
        for iy:=0 to ny do begin
//ch:='kit='+IntToStr(k4);
//writeln(frez,ch);
        ch:=' ';
        for ix:=0 to nx do begin
            r1:=Ts[ix,iy,nvarz];
            ch:=ch+FPlav(r1);
        end; {ix}
        writeln(frezxy,ch);
        end; {iy}
        closeFile(frezxy);
    end;
    ch:='Решение T = '+FormatFloat('#####0.0000',tt);
        Pechat(ch,Ts); k4x:=0;
end;
if (k4y=ky) then begin

    if kvary<nvar then begin
        kvary:=kvary+1;
        ch:=' ';
        for iy:=0 to ny do begin
            r1:=Ts[0,iy,nvarz];
            ch:=ch+FPlav(r1);
        end; {iy}
        writeln(frezy,ch);
    end;
    k4y:=0;
end;
k4x:=k4x+1;
k4y:=k4y+1;
tt:=tt+tay;
end; {while}
closeFile(frez);
closeFile(frezx);
closeFile(frezy);
ch:='Ok - результат в файле '+fnaz;
ShowMessage(ch);

```

ҚОСЫМША Г

(MatLab жүйесінде жылу өткізгіштік теңдеуін айырымдық әдіспен шешу нәтижелерін графикалық бейнелеуге арналған бағдарлама мәтіні)

```
clc
format short

% График по X
filename = 'GrafX.txt'
fid=fopen(filename,'rt');

delimiterIn = ' ';
headerlinesIn = 1;
line=fgetl(fid);
kolstr=line
line=fgetl(fid);
kolstl=line
line=fgetl(fid);
Ch = line
line=fgetl(fid);
MasTex1=line
line=fgetl(fid);
MasTex2=line
line=fgetl(fid);
MasTex3=line
line=fgetl(fid);
MasTex4=line
line=fgetl(fid);
MasTex5=line
line=fgetl(fid);
MasTex6=line

headerlinesIn = 4;
headerlinesEn = 10;
%rng=headerlinesIn:headerlinesEn;
A=dlmread(filename,delimiterIn,9);
disp(A);
for ii = 1:6
    for jj=1:11
        c=A(ii,jj);
        Am(ii,jj)=double(c);
    end;
end;
disp(Am);
```

```

status=fclose(fid)

for ii = 1:6
    for jj=1:10
        c=A(ii,jj+1);
        B(ii,jj)=double(c);
    end;
end;
disp(B);

figure;
t1 = 0 : 10
plot(t1, Am);
grid on
Title(Ch);
xlabel('X Axis')
ylabel('Temperature U')
Legend(MasTex1,MasTex2,MasTex3,MasTex4,MasTex5,MasTex6);
pause(5);

figure;
t2 = 1 : 10
plot(t2, B);
grid on
Title(Ch);
xlabel('X Axis')
ylabel('Temper U')
Legend(MasTex1,MasTex2,MasTex3,MasTex4,MasTex5,MasTex6);
pause(5);

% График по Y
filename = 'GrafY.txt'
fid=fopen(filename,'rt');

delimiterIn = ' ';
headerlinesIn = 1;
line=fgetl(fid);
kolstr=line
line=fgetl(fid);
kolstl=line
line=fgetl(fid);
Ch = line
line=fgetl(fid);
MasTex1=line

```

```

line=fgetl(fid);
MasTex2=line
line=fgetl(fid);
MasTex3=line
line=fgetl(fid);
MasTex4=line
line=fgetl(fid);
MasTex5=line
line=fgetl(fid);
MasTex6=line

```

```

A=dlmread(filename,delimiterIn,9);
disp(A);
for ii = 1:6
    for jj=1:7
        c=A(ii,jj);
        Bm(ii,jj)=double(c);
    end;
end;
ch = 'YYYYYYYY'
disp(Bm);
status=fclose(fid)

```

```

figure;
t1 = 0 : 6
plot(t1, Bm);
grid on
Title(Ch);
xlabel('Y Axis')
ylabel('Temperature U')
Legend(MasTex1,MasTex2,MasTex3,MasTex4,MasTex5,MasTex6);
pause(5);

```

```

figure;

```

```

kk=1
for kk=1:6
    if kk==1
        filenam1 = 'GrafXY0.txt'
    end;
    if kk==2
        filenam1 = 'GrafXY1.txt'
    end;
end;

```

```

end;
if kk==3
    filenam1 = 'GrafXY2.txt'
end;
if kk==4
    filenam1 = 'GrafXY3.txt'
end;
if kk==5
    filenam1 = 'GrafXY4.txt'
end;
if kk==6
    filenam1 = 'GrafXY5.txt'
end;
fid1=fopen(filenam1,'rt');
%D = importdata(filename); %,delimiterIn,headerlinesIn);
line=fgetl(fid1);
Ch = line
D=dlmread(filenam1,delimiterIn,2);
figure;
surf(D);
grid on
Title(Ch);
pause(5);

for ii = 1:6
    for jj=1:10
        c=D(ii,jj+1);
        F(ii,jj)=double(c);
    end;
end;
status=fclose(fid1);
surf(F);
grid on
Title(Ch);
pause(5);
end;

```

end

ҚОСЫМША F (Python тіліндегі Рунге-Кутта әдісімен жылуөткізгіш теңдеуін шешуге арналған бағдарлама мәтінінің фрагменті)

```
const nxm=5; nym=4; nzm=3; nmax=nxm*nym*nzm; kit=10; kpt=5;
eps=0.0001;
// Tk0=200.0; Tk1=10.0;
//      L1=100.0; L2=200.0;
type vect=array[1..nmax] of real;
      matr=array[1..nmax,1..nmax] of real;
var T0,Ts,Tn,Fm:vect;
      Am:matr;

hx,hy,hz,hx2,hy2,hz2,xt,yt,zt,kx,ky,kz,kxyz,dt,dtx,tt,tay,rx,ry,rz,r1,
r2,r3,r4,r5,r6,rr:real;
  kx1,kx2,ky1,ky2,kz1,kz2,nyz:integer;
  p1,p2,p3,p4,p5,p6,Tk0,Tk1,L1,L2:real;
  ck:real; //Теплоемкость материала
  po:real; //Плотность материала
  ktep1:real; //Коэффициент теплопроводности материала
  ktero:real; //Коэффициент теплообмена
  kcp:real; // kcp1=kk1/(pol*ck1)
  kf:real; // kf1=1/(pol*ck1)
  kla:real; // kla1=ka1/kk1

nx,ny,nz,nxp,nyp,nzp,ix,iy,iz,ik,ikx,iky,ikz,ijk,j,k,k1,k2,k3,k4,k5:in
teger;
  fnaz,fnazx,fnazisx,ch,funk:string;
  frez,frezx,fisx:TextFile;

// proc
Procedure Pechat(tx:string; mas:vect);
var ix,iy,iz,ik:integer; r1:real;
  ch:string;
begin
ch:=tx;
  writeln(frez,ch);
  ch:=''; // 'iy='+IntToStr(iy);
  ix:=0;
  for ik:=1 to nmax do begin
    ix:=ix+1;
    r1:=mas[ik];
    ch:=ch+IntToStr(ik)+' = '+FormatFloat('#####0.0000',r1)+' ';
    if (ix=nyz) then begin
      writeln(frez,ch); ch:=''; ix:=0; end;
    end; {ik}
  writeln(frez,ch);
end;
// proc
Function FPlav(x:real):string;
var ch1:string;
begin
  ch1:=FormatFloat('#####0.00',x)+' ';
  ch1:=StringReplace(ch1,',','.',[rfReplaceAll,
rfIgnoreCase]);
  FPlav:=ch1;
end;
// Func
```

```

Function Fp(x,y,z:real):real;
var rf:real;
begin
  rf:=0.0;
  Fp:=rf;
end;
// program_start
begin
fnaz:='rezult.txt';
assignfile(frez,fnaz); rewrite(frez);
  fnazx:='GrafX.txt';
assignfile(frezx,fnazx); rewrite(frezx);
fnaxisx:='rhs.dat'; assignfile(fisx,fnaxisx); reset(fisx);
funk:=''; read(fisx,funk); closeFile(fisx);
ch:='Функция - '+funk; writeln(frez,ch);
fnaxisx:='init.dat'; assignfile(fisx,fnaxisx); reset(fisx);
read(fisx,Tk0,Tk1); closeFile(fisx);
//Tk0:=200.0; Tk1:= 50.0;
fnaxisx:='parameters.dat'; assignfile(fisx,fnaxisx); reset(fisx);
read(fisx,nx,ny,nz); read(fisx,L1,L2,tay);
read(fisx,ck); read(fisx,po); read(fisx,ktepl);
read(fisx,ktepo);
closeFile(fisx);
ch:=' nx = '+IntToStr(nx)+' ny = '+IntToStr(ny)+' nz =
'+IntToStr(nz);
writeln(frez,ch);
ch:=' L1 = '+FormatFloat('#####0.00',L1)+' L2 =
'+FormatFloat('#####0.00',L2);
ch:=ch+' tay='+FormatFloat('#####0.00000',tay);
writeln(frez,ch);

ch:=' ck = '+FormatFloat('#####0.000',ck)+' po =
'+FormatFloat('#####0.000',po);
writeln(frez,ch);
ch:=' ktepl='+FormatFloat('#####0.00000',ktepl)+'
ktepo='+FormatFloat('#####0.00000',ktepo);
writeln(frez,ch);
ch:=' T0 = '+FormatFloat('#####0.00',Tk0)+' T1 =
'+FormatFloat('#####0.00',Tk1);
writeln(frez,ch);
{начальная настройка}
hx:=L1/nx; hx2:=hx*hx;
hy:=L2/ny; hy2:=hy*hy;
hz:=L2/nz; hz2:=hz*hz;
nyz:=ny*nz;
{ck1:=0.13;ck2:=0.22;ck3:=0.059;ck4:=0.032;
po1:=7.870;po2:=2.700;po3:=10.500; po4:=19.300;
kk1:=0.177; kk2:=0.538; kk3:=1.01; kk4:=0.744;
ka1:=
}

k3:=kit div kpt;
nxp:=(nx div 2)+1; nyp:=(ny div 2)+1; nzp:=(nz div 2)+1;
ch:=' nxp = '+IntToStr(nxp)+' nyp = '+IntToStr(nyp)+' nzp =
'+IntToStr(nzp);
ch:=ch+' nmax = '+IntToStr(nmax)+' k3 = '+IntToStr(k3)+' kit =
'+IntToStr(kit);
writeln(frez,ch);
ShowMessage(ch);

```

```

kcp:=ktepl/(ck*po);
kf:=1.0/(ck*po);
kla:=ktepo/ktepl;

ch:='начальная настройка';
ch:=ch+' hx='+FormatFloat('#####0.00',hx); ch:=ch+'
hy='+FormatFloat('#####0.00',hy);
ch:=ch+' hz='+FormatFloat('#####0.00',hz)+'
tay='+FormatFloat('#####0.00000',tay);
writeln(frez,ch);
ShowMessage(ch);
// начальные условия
for ik:=1 to nmax do begin
  T0[ik]:=1.0/ik;
end;
ik:=(nyp-1)*nz+nzp-1;
T0[ik]:=Tk0;
// T0[nx,ny,nz]:=Tk1;
xt:=0.0;
for ix:=1 to nx do begin
  yt:=0.0; for iy:=1 to ny do begin
    zt:=0.0; for iz:=1 to nz do begin
      ik:=(ix-1)*ny*nz+(iy-1)*nz+iz;
      Fm[ik]:=Fp(xt,yt,zt); zt:=zt+hz; end;
      yt:=yt+hy;end;
      xt:=xt+hx; end;
kxyz:=kcp/hx2+kcp/hy2+kcp/hz2;
kx:=kcp/hx2; ky:=kcp/hy2; kz:=kcp/hz2;
ch:=' kxyz,kx,ky,kz,=' +FormatFloat('#####0.0000',kxyz)+' =
'+FormatFloat('#####0.0000',kx);
ch:=ch+' = '+FormatFloat('#####0.0000',ky)+' =
'+FormatFloat('#####0.0000',kz);
writeln(frez,ch);
ShowMessage(ch);
// начальные установки
for ix:=1 to nmax do begin
  for iy:=1 to nmax do Am[ix,iy]:=0.0;
  {Am[ix,ix]:=1.0;} end;
k:=0;
for ix:=1 to nx do begin
  for iy:=1 to ny do begin
    for iz:=1 to nz do begin
      k:=k+1;
      if (ix = 1) or (ix=nx) or (iy =1) or (iy=ny) or (iz=1) or
(iz=nz) then
        begin

          end
        else
          begin
            Am[k,k]:=Am[k,k]-2*kxyz;
            kx1:=(ix-2)*nyz+(iy-1)*nz+iz;
            kx2:=ix*nyz+(iy-1)*nz+iz;
            Am[k,kx1]:=Am[k,kx1]+kx;
            Am[k,kx2]:=Am[k,kx2]+kx;
            ky1:=(ix-1)*nyz+(iy-2)*nz+iz;

```



```

        ky2:=(ix-1)*nyz+iy*nz+iz;
        Am[k,ky1]:=Am[k,ky1]+ky;
        Am[k,ky2]:=Am[k,ky2]+ky;
        kz1:=(ix-1)*nyz+(iy-1)*nz+iz-1;
        kz2:=(ix-1)*nyz+(iy-1)*nz+iz+1;
        Am[k,kz1]:=Am[k,kz1]+kz;
        Am[k,kz2]:=Am[k,kz2]+kz;
    end; {if}
end; {iz} end; {iy} end; {ix}
{for ix:=1 to nmax do
begin ch:='k='+IntToStr(ix)+' = ';
for iy:=1 to nmax do begin
rr:= Am[ix,iy]; ch:=ch+FormatFloat('##0.00',rr)+'; ';
end; {iy}
{writeln(frez,ch);
end; }{ix}
ch:=' '+IntToStr(nx); writeln(frezx,ch);
ch:=' '+IntToStr(k3); writeln(frezx,ch);
ch:=' Grafik X'; writeln(frezx,ch);
dtx:=k3*tay; tt:=0.0;
for ix:=1 to nx do begin
ch:='T = '+ FormatFloat('#####0.00',tt);
writeln(frezx,ch);
tt:=tt+dtx;
end;
// zikl po vremeni
for ix:=1 to nmax do Ts[ix]:=T0[ix];
ch:='Решение Ts='; Pechat(ch,Ts);
k1:=0; k4:=0; k5:=0; tt:=0.0;
while (k1<=kit) do
begin
k1:=k1+1;
for ix:=1 to nmax do begin
r3:=0.0;
for iy:=1 to nmax do
begin
r1:=Am[ix,iy]*Ts[iy];
r3:=r3+r1;
end; {iy}
Tn[ix]:=Ts[ix]+tay*(r3+fm[ix]);
end; {ix}
if (k1<=4) then begin
ch:='Решение Tn='+IntToStr(k1); Pechat(ch,Tn);
end;

for iy:=2 to ny-1 do begin
for iz:=2 to nz-1 do begin
ikx:=ny*nz+(iy-1)*nz+iz;
iky:=(iy-1)*nz+iz;
r3:=Tn[ikx];
Tn[iky]:=r3;
end; end; {iy,iz}
for iy:=2 to ny-1 do begin
for iz:=2 to nz-1 do begin
ikx:=(nx-2)*ny*nz+(iy-1)*nz+iz;
iky:=(nx-1)*ny*nz+(iy-1)*nz+iz;
r3:=Tn[ikx];
Tn[iky]:=r3;

```

```

end; end;    {iy,iz}
for ix:=2 to nx-1 do begin
for iz:=2 to nz-1 do begin
    ikx:=(ix-2)*ny*nz+2*nz+iz;
    iky:=(ix-1)*ny*nz+nz+iz;
    r3:=Tn[ikx];
    Tn[iky]:=r3;
end; end;    {iy,iz}
for ix:=2 to nx-1 do begin
for iz:=2 to nz-1 do begin
    ikx:=(ix-2)*ny*nz+(ny-2)*nz+iz;
    iky:=(ix-1)*ny*nz+(ny-1)*nz+iz;
    r3:=Tn[ikx];
    Tn[iky]:=r3;

end; end;    {iy,iz}
    for ix:=2 to nx-1 do begin
for iy:=2 to ny-1 do begin
    ikx:=(ix-2)*ny*nz+(iy-2)*nz+nz-1;
    iky:=(ix-1)*ny*nz+(iy-1)*nz+nz;
    r3:=Tn[ikx];
    Tn[iky]:=r3;
end; end;    {iy,iz}
        for ix:=2 to nx-1 do begin
for iy:=2 to ny-1 do begin
    ikx:=(ix-2)*ny*nz+(iy-2)*nz+2;
    iky:=(ix-1)*ny*nz+(iy-1)*nz+1;
    r3:=Tn[ikx];
    Tn[iky]:=r3;
end; end;    {iy,iz}
            ikx:=(nx-2)*ny*nz+2;
            iky:=(nx-1)*ny*nz+1;
            r3:=Tn[ikx];
            Tn[iky]:=r3;
            ikx:=(nx-2)*ny*nz+(ny-2)*nz+nz-1;
            iky:=(nx-1)*ny*nz+(ny-1)*nz+nz;
            r3:=Tn[ikx];
            Tn[iky]:=r3;
            ikx:=ny*nz+nz+nz-1;
            iky:=nz-1;
            r3:=Tn[ikx];
            Tn[iky]:=r3;
            // ch:='ikx4='+IntToStr(ikx)+','+IntToStr(iky)+'=';
            // ch:=ch+' = '+FormatFloat('#####0.0000',r3);
            // writeln(frez,ch);
            ikx:=ny*nz+nz+2;
            iky:=1;
            r3:=Tn[ikx];
            Tn[iky]:=r3;
            ik:=(nyp-1)*nz+nzp-1;
            Tn[ik]:=Tk0;
        for ix:=1 to nmax do Ts[ix]:=Tn[ix];
    if (k4=k3) then begin
        ch:='Решение T = '+FormatFloat('#####0.0000',tt);
        Pечат(ch,Ts); k4:=0;
        r1:=T0[(nyp-1)*nz+nzp-1];
        ch:=FPlav(r1); iz:=0;
        for iy:=1 to nmax do begin

```

```
        iz:=iz+1;
        if iz=nyz then begin
            r1:=Tn[iy];
            ch:=ch+FPlav(r1); iz:=0;
        end; {if}
    end; {iy}

        writeln(frezx,ch);
    end; {ix}
k4:=k4+1;
tt:=tt+tay;
end; {while}
closeFile(frezx);
closeFile(frez);
ch:='Ok - результат в файле '+fnaz;
ShowMessage(ch);
end;
```